

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.



OPTIMIZACIÓN DINÁMICA EN UN MODELO DE TURISMO SUSTENTABLE

**TESINA**

PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN ECONOMÍA AMBIENTAL**

PRESENTA

**IRVING RODOLFO MC LIBERTY ZURITA**

DIRECTOR DE LA TESINA :  
DRA. YADIRA ELIZABETH PERALTA TORRES

*“We do not receive as an inheritance the environment from our fathers, but we borrowed  
from our children”  
(Murphy, 1994, como se citó en Dell’Era y Sodini 2009).*

## Agradecimientos

Quiero agradecer:

*A Yadira, sin tu paciencia y compromiso seguiría definiendo el alcance de la investigación.*

*A Itza, la certeza de tus consejos y tu confianza me trajeron esperanza.*

*A mis padres, no hubiera llegado hasta aquí sin su cariño y su respaldo.*

*A Rodrigo, porque siempre has estado para mí.*

*A Karen, me siento bendecido por tenerte a mi lado.*

*A Salvador, Omar, Orlando, Oscar, Nadia, Francisco y Adolfo. Qué complicado estuvo ¿no creen?*

*A quienes no pudieron estar en este logro y que son tantos que no me alcanzaría el espacio para nombrarlos.*

*Gracias.*

## Resumen

*El rápido crecimiento de la industria turística en el mundo ha traído consecuencias adversas en la calidad de los servicios ecosistémicos de los destinos más visitados, repercutiendo con ello al bienestar social de las localidades especializadas en el turismo a través de diferentes externalidades. El presente estudio se centra en la construcción de un marco analítico que permita entender el comportamiento dinámico que tiene la variación de la calidad ambiental sobre el bienestar social de una pequeña economía especializada en el turismo de naturaleza con cuerpos de agua que permanecen parcialmente en movimiento (como lo son algunas lagunas, ríos o lagos). Para ello, se retoman las principales aportaciones de Cerina (2007) y Marsiglio (2017) con el afán de construir un modelo parsimonioso que permita entender de forma clara dicha relación. Se encuentra que el número de visitantes que permite maximizar el bienestar social depende únicamente del tiempo y los parámetros que caracterizan a los turistas, habitantes y al destino. El mayor bienestar social en este tipo de destinos con características particulares se alcanzará solamente a través del arribo de turistas que le asignen un alto grado de importancia a la calidad ambiental y a la escasez de grandes multitudes del sitio que deciden visitar.*

*Palabras clave: Análisis dinámico, Número óptimo de turistas, Recursos Naturales  
Clasificación JEL: C6, Q56, Q40.*

# Contenido

<b>1. Introducción.</b>	<b>1</b>
<b>2. Revisión de literatura.</b>	<b>4</b>
<b>3. Modelo.</b>	<b>9</b>
3.1. Control óptimo. . . . .	11
<b>4. Resultados.</b>	<b>13</b>
4.1. Estática comparativa . . . . .	13
4.2. Escenarios específicos de estudio . . . . .	15
4.2.1. Parámetros fijos . . . . .	15
4.2.2. Tres casos de estudio . . . . .	17
<b>5. Conclusiones.</b>	<b>22</b>
<b>6. Apéndices.</b>	<b>24</b>
<b>Referencias</b>	<b>35</b>

# Lista de figuras

4.1. Ecoturismo . . . . .	18
4.2. Turismo de negocios . . . . .	19
4.3. Turismo mixto . . . . .	21

# Lista de tablas

4.1. Estática comparativa ante mayores preferencias verdes . . . . .	14
4.2. Estática comparativa ante menores preferencias verdes . . . . .	15
4.3. Ecoturismo. . . . .	18
4.4. Turismo de negocios. . . . .	19
4.5. Turismo mixto. . . . .	20

# Capítulo 1

## Introducción.

Los arribos del turismo internacional en el mundo han aumentado de 25 millones en 1950 a 1,400 millones para el 2018, llegando a representar el 7% del Producto Interno Bruto (PIB) internacional (Kubickova y Martin, 2020). De tal forma, el turismo es una de las industrias con mayor crecimiento económico, siendo considerado un fenómeno social que ha sido catalizador del crecimiento monetario de las naciones (Altimira y Muñoz, 2007).

El producto fundamental que ofrece el turismo es la experiencia conformada por los bienes, recursos naturales y servicios del lugar (Smith, 1994). Pero al igual que en cualquier otra industria, la producción de estas experiencias recaen en costos, que en ocasiones, se basan en la degradación paulatina del medioambiente (Azam et al., 2018).

El arribo masivo de los turistas puede conllevar al detrimento de la calidad ambiental debido a que la capacidad de recuperación de los recursos naturales se encuentra limitada por ciertas condiciones del destino. Cuando el recurso natural es sobre-explotado, los servicios ecosistémicos del lugar se comienzan a degradar de forma relativa al nivel de explotación, lo que compromete el bienestar económico y social de los habitantes del lugar en el futuro cercano (Lindberg et al., 1997; Budowski, 1976).

Por consiguiente, existe una interconexión que parte de la riqueza natural de un sitio; la cual atrae turistas que degradan esta riqueza y afecta, de forma indirecta, el bienestar de los futuros visitantes y de los habitantes del lugar, así como al beneficio de la industria en el mediano y largo plazo (Johnston y Tyrrell, 2005). El nivel de degradación depende de múltiples factores; como lo son el número de turistas, la capacidad de carga del destino, el clima del lugar y el tipo de turista (Malmaeus y Håkanson, 2004; Cabrera, 2012).

Planteada la doble externalidad negativa, que parten del crecimiento de la industria turística, es que comienzan a surgir algunas preguntas interesantes de investigación: ¿Puede una pequeña economía, especializada en el turismo y con características ambientales particulares, sostener el crecimiento a largo plazo?; si es así, ¿existe un número óptimo de turistas que maximice el bienestar social de los habitantes de los destinos visitados? Dichas preguntas ya han sido abordadas parcialmente por diferentes autores, en donde se resalta la importancia de la infraestructura turística, del gasto en abatimiento y del número de visitantes en ecosistemas que pueden absorber cierto grado de contaminantes o recuperarse a una tasa constante a través del tiempo (Cerina, 2007; Marsiglio, 2015; Lozano et al., 2008; Marsiglio, 2017). Sin embargo, el planteamiento generalizado del flujo de recuperación de los ecosistemas no ha permitido aplicar los resultados encontrados a destinos económicos pequeños, en los que la fuente principal de ingreso de la población es el turismo y que cuenta con atractivos naturales específicos, como lo son los cuerpos de agua.

Por lo tanto, el objetivo principal de este estudio es el construir un marco analítico simple en donde estas preguntas de investigación puedan ser abordadas y enfocadas en aquellos destinos turísticos con ecosistemas acuáticos internos que permanecen parcialmente en movimiento; como lo son algunas lagunas, arroyos y ríos (Cervantes, 2007). La importancia de este estudio se basa en el motor del desarrollo sustentable, que busca evitar el detrimento paulatino de la sociedad a causa de la degradación de los servicios

ecosistémicos del lugar (Tetreault, 2008).

A consecuencia de lo anterior, se trabajará bajo la premisa de que el turismo sustentable es la mejor forma de maximizar el bienestar social a través del tiempo. Este turismo se entiende como aquel que debe dar un uso óptimo a los recursos medioambientales, respetar la autenticidad sociocultural de las comunidades anfitrionas y asegurar actividades económicas viables a largo plazo (UNEP y UNWTO, 2005).

El análisis se organiza en 5 capítulos, incluyendo a esta introducción. El segundo capítulo hace un repaso sobre los modelos dinámicos que se han implementado en aras de alcanzar el desarrollo sustentable de diferentes localidades. El tercer capítulo presenta el modelo que expone las características del flujo de la calidad ambiental a través del tiempo en función de la cantidad de visitantes que arriban al destino y busca maximizar el bienestar social en función del ingreso de la industria turística y del placer que trae a los habitantes una buena calidad de los recursos naturales. El cuarto capítulo expone los resultados hallados en la modelación y realiza un comparativo estático de los parámetros del modelo. Finalmente, se presentan conclusiones y recomendaciones de política pública.

# Capítulo 2

## Revisión de literatura.

Debido a la falta de conocimiento del impacto ambiental que puede llegar a generar la industria turística, durante la década de los 50's, llegó a ser conocida como una "industria sin chimeneas". No obstante, 20 años más tarde se comenzaron a vislumbrar los costos ambientales que implica el arribo de turistas de forma masiva (Dachary y Burne, 2006). La relación interdependiente del turismo y la calidad ambiental fue un factor determinante de que, a mediados de los ochenta, los estudios sobre turismo sustentable comenzaran a incrementar en las agendas de investigación de diferentes autores (Liu, 2003).

El impacto económico que trae consigo la degradación ambiental en destinos turísticos ha sido analizado a través de diferentes métodos, ya sean deterministas o estocásticos y que pueden contemplar una naturaleza dinámica o estática (según sea el objetivo del estudio). No obstante, existen al menos tres razones importantes para incluir aspectos dinámicos en los modelos de turismo sustentable, ya que la calidad ambiental, las preferencias de los individuos y el conjunto de cestas de consumo son, en un principio, dinámicos (Phaneuf y Requate, 2016).

Desde un enfoque tradicional de optimización dinámica, los modelos de crecimiento y medioambiente introducen la dimensión ambiental dentro del problema de maximizar

el bienestar social al asumir que la utilidad de los hogares se encuentra en función de la calidad ambiental y del consumo de los mismos, restringida por una ecuación de movimiento del flujo de capital de la industria contaminante, que descansa sobre la teoría de Ramsey (1928). Dicha modelación permite analizar el efecto de la degradación ambiental en el bienestar de los residentes, asumiendo que esta es la única relación que existe entre la degradación ambiental y el bienestar social (Xepapadeas, 2005).

Sin embargo, el arribo masivo de turistas trae consigo al menos tres externalidades: disminución en el bienestar de los residentes debido a la importancia que le asignan los habitantes a la calidad de la naturaleza del sitio en el que viven; reducción en el bienestar de los visitantes por una pérdida de placer que se deriva de la menor calidad ambiental del destino visitado; y, disminución en el ingreso de la industria turística por la menor disposición a pagar de los visitantes debido al valor monetario que le asignan al componente ambiental del destino (Kumar y Gupta, 2019; Reddy y Behera, 2006). Estos problemas se ven acrecentados ante una mayor dependencia del turismo por parte de los habitantes, como por ejemplo en las localidades pequeñas enfocadas en el turismo natural (Phaneuf y Requate, 2016). Es común que en los modelos de crecimiento económico sean dejadas a un lado las últimas dos externalidades, conllevando a resultados imprecisos que arrojan que el consumo de los bienes y servicios naturales serán siempre beneficiosos en las pequeñas localidades o países, dado que no habrá costo alguno por su consumo o producción ((Hazari y Sgro, 1995, como lo muestran)).

Los artículos sobre modelos dinámicos de turismo sustentable son escasos, y tienen un crecimiento notorio en su cantidad a partir del 2000 (Schubert y Schamel, 2020). Estos han adoptado la forma funcional de los modelos de crecimiento óptimo que contemplan el impacto de la contaminación sobre el bienestar social y han añadido de forma efectiva el dinamismo del medioambiente (ver a Johnston y Tyrrell (2005) y a Dell’Era y Sodini (2009)).

Por ejemplo, Johnston y Tyrrell (2005) realizan un análisis dinámico del turismo sustentable a través de un modelo inter-generacional, en donde buscan representar el efecto de la degradación ambiental a través de su impacto en el bienestar social. El análisis supone que el número de visitantes afecta de manera inversa a los dos componentes de la sociedad (la industria y los hogares) y que la calidad ambiental tiene un efecto positivo en ambos (Johnston y Tyrrell, 2005). Sin embargo, la ecuación objetivo y los flujos en el modelo no tienen una forma específica, por lo que los resultados obtenidos sirven para entender de manera teórica la problemática pero no se pueden implementar en la realidad.

Dell’Era y Sodini (2009) hablan sobre las diferentes combinaciones que pudiesen presentarse de los destinos turísticos y los recursos ambientales en función de ciertas características, las cuales se basan en la disponibilidad del recurso (limitado o ilimitado) y en la posibilidad de restitución (reproducibles o no reproducibles). En su modelación asumen una relación positiva entre la cantidad de visitantes, la calidad ambiental y la presencia de instalaciones turísticas. Esto es equivalente al modelo utilizado en los estudios de crecimiento económico y degradación ambiental (Xepapadeas, 2005; Smulders, 2000; Ruffin, 1972), con la diferencia de contemplar cómo cambia la calidad ambiental a través del tiempo en función de una tasa de recuperación natural y una tasa de degradación ocasionada por los visitantes.

Sin embargo, es Fabio Cerina (2007) quien implementa en los modelos de optimización dinámica el efecto que tiene la calidad ambiental sobre la demanda de los turistas al implementar la disposición a pagar que estos demuestran por una mejor calidad de los servicios ecosistémicos ofrecidos. La función de demanda inversa depende de ciertos factores de decisión que son reutilizados en modelos posteriores y que se basan en el trabajo de Rosen (1974). Dicha modelación le permitió a Cerina (2007) incluir el impacto de la calidad ambiental en el ingreso de la industria, el cual es un factor determinante al momento de escoger la cantidad a consumir por parte de los habitantes. La forma en que Fabio Cerina

(2007) planteó el problema fue retomada y alimentada con diferentes modificaciones por diversos autores más tarde, como lo son las preferencias por las multitudes (Marsiglio, 2016), proyecciones (Lozano et al., 2008) y contemplando el flujo de capital de la industria turística (Marsiglio, 2015, 2016, 2017).

Marsiglio (2017) retomó el trabajo de Cerina (2007) e introdujo en la modelación el concepto de la capacidad de carga, haciendo referencia al mayor número de visitantes que puede utilizar un espacio natural antes de comenzar a comprometer la calidad del recurso para futuras generaciones (Lindberg et al., 1997). Su trabajo enriqueció el modelaje del flujo de la calidad ambiental pero concentró sus esfuerzos, a través de su función objetivo, en la cantidad a consumir por parte de los habitantes, dejando a un lado el valor que le da la sociedad a la calidad ambiental del lugar en el que vive (hecho que fue modelado de manera adecuada por Cerina (2007)).

La expresión matemática que utilizó Marsiglio (2017) para representar el flujo de movimiento de la calidad ambiental, es conocida como ecuación logística. Dicha ecuación es utilizada de forma habitual para representar el crecimiento exponencial de una población en sus primeras etapas y muestra que, con el pasar del tiempo, aparece cierto grado de competitividad entre algunos miembros de la población en estudio por algún recurso crítico (Zill y Cullen, 2008; Pineda, 2015). Este es el caso en el que los servicios ecosistémicos y el número de visitantes compiten por el bienestar que provee una mejor calidad del destino turístico. De igual forma ha sido utilizada en modelos de extracción de agua en sistemas renovables (Rubio et al., 1993), en los cuales ha permitido determinar, dada una tasa de recuperación de un sistema hidrológico, la cantidad de agua a extraer de un cuerpo líquido subterráneo que maximice el bienestar social.

Es por ello que, con el objetivo de entender la relación que tiene el bienestar social con el flujo de movimiento de la calidad ambiental, y con el afán de maximizar el bienestar social de una pequeña localidad especializada en el turismo de naturaleza a través del

control del número de visitantes que arriban a ella, es que el presente trabajo retoma los elementos mas importantes de los trabajos de Cerina (2007) y Marsiglio (2017). Esta propuesta provee una modelación parsimoniosa de los elementos más importantes de una economía enfocada al turismo en donde el principal atractivo natural es un cuerpo de agua interno en el que la calidad y cantidad del recurso natural (agua) depende de un sistema hidrológico. De tal forma que se retoman las dos grandes aportaciones de estos autores y se busca explicar el comportamiento de la industria turística en un destino con características naturales que son específicas y en el que se busca maximizar el bienestar de la sociedad a través del control óptimo del número de visitantes.

La combinación de ambos de modelos resulta interesante por el enfoque que le da cada uno de los autores de manera independiente. Por un lado, Cerina (2007), contempla el efecto directo e indirecto que trae consigo una degradación de la calidad del medioambiente en un destino especializado en el turismo de naturaleza. Por otro lado, Marsiglio (2017) contempla el grado de competitividad entre los elementos de una población al modelar el flujo de la calidad ambiental a través de una ecuación logística (Zill y Cullen, 2008; Pineda, 2015). Por lo tanto, la combinación de estos elementos en un solo trabajo facilita el entendimiento del efecto de la calidad de los servicios ecosistémicos en un destino con las características antes mencionadas.

Partiendo de todo lo anterior, se entiende que un número excesivo de visitantes se traduce en una menor calidad ambiental en el destino turístico y un menor beneficio económico y social. Por esa razón el estudio busca el número óptimo de turistas que permita que la industria sea sostenible a lo largo del tiempo y que el beneficio de la sociedad sea el mayor posible.

# Capítulo 3

## Modelo.

El estudio combina el enfoque que presentó Cerina (2007) sobre el bienestar social con el trabajo de Marsiglio (2017) sobre el flujo de movimiento de la calidad ambiental. En donde el objetivo es desarrollar un modelo dinámico de equilibrio general para una pequeña economía especializada en turismo basado en los recursos medioambientales de un cuerpo de agua. Se considera una pequeña localidad que ofrece únicamente servicios turísticos (hoteles, paseos en lancha, servicios de recreación como los son el buceo, esnórquel, etc.), en el que los visitantes pueden ser de destinos internacionales o nacionales y que se encuentran atraídos por la calidad del ecosistema acuático. La calidad de este ecosistema es un factor determinante de la disposición a pagar de los turistas por visitar el sitio (Rosen, 1974).

La economía se encuentra conformada por las firmas que componen a la industria turística, los hogares y los visitantes. Por simplicidad en la modelación supondremos que cada hogar es dueño de una empresa y que los habitantes tienen cierto aprecio por la calidad del ecosistema en el que viven. El objetivo del estudio es maximizar el bienestar de los residentes a través del tiempo, en donde su utilidad se encuentra conformada por la suma infinita del nivel de bienestar descontado a una tasa de preferencia temporal  $\rho$ , y determinado por el ingreso disponible de las firmas y la calidad ambiental

$$W = \int_0^{\infty} [\ln(p_t N_t) + \beta \ln(E_t)] e^{-\rho t} dt, \quad (3.1)$$

en donde: el ingreso monetario de los hogares depende totalmente del ingreso monetario proveniente de la industria turística, que esta dado por el producto de la disposición a pagar ( $p_t$ ) y el número de visitantes en el destino ( $N_t$ ) en el tiempo  $t$ ;  $E_t$  representa a la calidad ambiental del ecosistema acuático;  $\beta \in (0, 1)$ , hace referencia al peso que tiene la calidad ambiental en el bienestar social de los residentes de la localidad. Sin embargo, de forma similar al bienestar de los lugareños, la disposición a pagar de los turistas es una función, del tipo Cobb-Douglas, que depende del número de visitantes y la calidad ambiental del destino en el tiempo  $t$ :

$$p_t = AN_t^{-\theta} E_t^{\phi},$$

en dónde:  $A$  es un parámetro de escala;  $\theta \in (-1, 1)$  hace referencia a la aversión a las multitudes de los turistas. En el artículo de Marsiglio (2017) se explica que una  $\theta > 0$  implica que los turistas prefieren destinos con un menor hacinamiento, cuando  $\theta < 0$  se hace referencia a turistas que gustan de grandes multitudes y una  $\theta = 0$  a turistas indiferentes a la cantidad de personas en los destinos;  $\phi \in (0, 1)$ , es el peso que tiene la calidad ambiental sobre la disposición a pagar (preferencias verdes) de los turistas. Por otro lado, la ecuación de movimiento de la calidad ambiental en ecosistemas acuáticos se basa en la ecuación de movimiento de la calidad ambiental presentada en el trabajo de Marsiglio (2017), descrita por la siguiente expresión:

$$\dot{E}_t = (r - \eta N_t) E_t,$$

en donde:  $r$  representa al factor de recuperación natural del ecosistema acuático; y  $\eta$  mide la intensidad de la explotación turística del cuerpo de agua, que se encuentra relacionada con la calidad del ecosistema y la cantidad de visitantes en el tiempo  $t$ . Por

lo tanto, el programa de optimización del planificador consiste en elegir el número de turistas a permitir en el destino, teniendo en cuenta: la evolución dinámica de los recursos naturales, la disposición a pagar de los visitantes y las condiciones iniciales dadas; es decir,

$$\begin{aligned}
\max_{N_t} W &= \int_0^{\infty} [\ln(p_t N_t) + \beta \ln(E_t)] e^{-\rho t} dt \\
s.a. & \\
\dot{E}_t &= (r - \eta N_t) E_t, \\
p_t &= A N_t^{-\theta} E_t^{\phi}, \\
E(0) &= E_0.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

### 3.1. Control óptimo.

Dado que la función objetivo depende de la restricción presupuestaria de la disposición a pagar de los visitantes,  $(p_t)$ , el modelo representa un problema de control óptimo con una variable de estado  $(E_t)$  y una sola variable de control  $(N_t)$ . Para sintetizar, este es un ejemplo de un problema autónomo, en donde  $t$  no es un argumento separado en la función de utilidad o en la ecuación de estado, sino que aparece sólo en el factor de descuento. Por lo tanto, es posible utilizar el hamiltoniano a valor presente (Chiang, 2005) escrito como:

$$H_{ct} = H \cdot e^{\rho t} = \ln(\gamma_t N_t^{1-\theta} E_t^{\phi+\beta}) + \mu_t [(r - \eta N_t) E_t], \tag{3.3}$$

en donde  $\mu_t = \lambda e^{\rho t}$ .

El sistema óptimo dinámico que da como resultado es (ver Apéndice A):

$$\dot{N}_t = \eta N_t \left[ \frac{(\phi + \beta)}{(1 - \theta)} - 1 \right] + r - \rho, \tag{3.4}$$

$$\dot{E}_t = (r - \eta N_t) E_t. \tag{3.5}$$

Las ecuaciones(3.4) y (3.5) representan un sistema de ecuaciones no acoplado, en donde las ecuaciones diferenciales pueden resolverse de forma independiente (Castaño y Villegas, 2001). Por lo tanto, solucionando la ecuación diferencial (3.4) y sustituyendo el resultado encontrado en la (3.5), podemos llegar a la solución del sistema dinámico (ver Apéndice B para observar el desarrollo detallado de la solución). La solución del sistema determina la cantidad de visitantes y la calidad ambiental óptima que maximizan el bienestar intergeneracional de la sociedad:

$$N_t = \frac{e^{\eta \left[ \frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1 \right] t} - (r - \rho)}{\eta \left[ \frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1 \right]}, \quad (3.6)$$

$$E_t = \exp \left\{ rt - \frac{1}{\left[ \frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1 \right]} \left\{ \frac{1}{\eta \left[ \frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1 \right]} e^{\eta \left[ \frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1 \right] t} + (r - \rho)t \right\} \right\}, \quad (3.7)$$

Conviene enfatizar que el modelo propuesto en este trabajo, a diferencia de los trabajos elaborados por Cerina (2007) y Marsiglio (2017), tiene una solución analítica, lo cual raramente se logra en modelos de optimización dinámica. Es decir, se encuentran dos expresiones matemáticas para las variables principales de análisis que permiten caracterizar de manera analítica la solución del sistema dependiendo de valores específicos para los parámetros del modelo. La solución se compone de dos funciones en donde la cantidad de visitantes depende positivamente del tiempo y del resto de los parámetros del modelo, mientras que la calidad ambiental muestra una relación parcialmente compleja que depende de los mismos elementos. Note que el bienestar social mantiene una relación positiva con sus dos componentes, con la cantidad de turistas (siempre que  $\theta < 1$ ) y con respecto a la calidad ambiental del sitio. Por lo tanto, cuando la calidad ambiental se vea disminuida, también lo hará el nivel de bienestar social; y el hecho de que el número de turistas se mantenga constantemente en crecimiento a través del tiempo da como resultado un crecimiento favorable en la utilidad de los habitantes.

# Capítulo 4

## Resultados.

Vale la pena interpretar algunas de las características que determinan al mecanismo económico detrás de las cantidades óptimas que maximizan el bienestar social, dadas por las ecuaciones (3.6) y (3.7). Estas se encuentran determinadas por factores externos al modelo, por lo que resulta interesante el centrar el análisis de los resultados en la estática comparativa del mismo y en el efecto que tiene sobre el bienestar social el arribo de tres diferentes tipos de turismo: uno que busque el conocimiento y apreciación de la naturaleza a través de su interacción con ella (ecoturismo); otro en el que la calidad ambiental y las multitudes no sean de gran relevancia para su bienestar (por ejemplo el turismo de negocios); y por ultimo un turista que tenga una combinación mixta de los dos anteriores.

### 4.1. Estática comparativa

En las ecuaciones (3.6) y (3.7), el efecto de la variación de los parámetros que definen al modelo sobre la cantidad óptima de visitantes y la calidad ambiental, se encuentra en función de la estricta desigualdad entre  $(\phi + \beta)$  y  $(1 - \theta)$ . Ocasionalmente con ello que sea necesario dividir el análisis en dos escenarios: el primero cuando  $\phi + \beta > 1 - \theta$ ; y el segundo, cuando  $\phi + \beta < 1 - \theta$ . Existe una tercera opción, la cual no se contempla debido a que cuando son iguales estos parámetros ( $\phi + \beta = 1 - \theta$ ), los resultados quedan indeterminados

(ver el Apéndice C para un desarrollo más detallado de la estática comparativa).

La estática comparativa de la solución se encuentra resumida en las tablas (4.1) y (4.2). Es posible notar, a través de la tabla(4.1), que cuando  $\phi + \beta > 1 - \theta$  un incremento en el factor de recuperación ambiental ( $r$ ) tiene un efecto positivo sobre la calidad ambiental óptima del sitio, y uno negativo sobre el número de visitantes; que los parámetros que describen las preferencias de los turistas y habitantes del sitio (preferencias verdes de los turistas  $\phi$ , aversión a las multitudes de los turistas  $\theta$  y preferencias verdes de los visitantes  $\beta$ ) tienen un efecto positivo sobre el número de visitantes, y un efecto negativo sobre la calidad ambiental del lugar; que el aumento de la preferencia intertemporal ( $\rho$ , como medida de la impaciencia por un mayor bienestar en el presente) disminuye la calidad de los servicios ecosistémicos del destino y aumenta el número de visitantes; y que la intensidad de la explotación turística del cuerpo de agua,  $\eta$ , mantiene una relación positiva con la cantidad de visitantes pero inversa con la calidad del destino.

Tabla 4.1: Estática comparativa ante mayores preferencias verdes

Caso 1: Resumen de la estatica comparativa, $\phi + \beta > 1 - \theta$ (Ver el Apéndice C)						
Signos de las derivadas parciales	$\beta$	$\phi$	$\theta$	$\eta$	$r$	$\rho$
$N_t$	+	+	+	+	-	+
$E_t$	-	-	-	-	+	-

Fuente: Elaboración propia.

Por el lado contrario, ante un escenario en el que  $\phi + \beta < 1 - \theta$  (ver tabla 4.2), el efecto de los parámetros exógenos se invierte en múltiples ocasiones, ocasionando con ello resultados bastante intuitivos que son semejantes a los encontrados por Cerina (2007). De tal forma que un aumento en la aversión a las multitudes de los turistas y las preferencias verdes, sin importar si son visitantes o habitantes ( $\theta$ ,  $\phi$  y  $\beta$ , respectivamente), disminuye el número óptimo de turistas y aumenta la calidad ambiental del sitio; el cambio de la

preferencia intertemporal ( $\rho$ ) tiene un efecto negativo sobre la calidad de los servicios ecosistémicos del destino y positivo sobre el número de visitantes; y que el impacto de la intensidad de la explotación turística ( $\eta$ ) del cuerpo de agua mantiene su efecto positivo sobre la cantidad de visitantes pero ocasiona una disminución de la calidad ambiental óptima del destino en estudio.

Tabla 4.2: Estática comparativa ante menores preferencias verdes

Caso 2: Resumen de la estatica comparativa, $\phi + \beta < 1 - \theta$ (Ver el Apéndice C)						
Signos de las derivadas parciales	$\beta$	$\phi$	$\theta$	$\eta$	$r$	$\rho$
$N_t$	-	-	-	+	+	-
$E_t$	+	+	+	-	+	+

Fuente: Elaboración propia.

## 4.2. Escenarios específicos de estudio

Los resultados anteriores pueden ser contrastados y reforzados a través del análisis del efecto de los tipos de turismo sobre el bienestar social. Para ello es necesario plantear las características de un sitio y de una sociedad en particular, permitiendo así analizar únicamente el efecto que trae consigo el cambio en los parámetros que definen al turista.

### 4.2.1. Parámetros fijos

Los parámetros fijos en la modelación de los diferentes escenarios describen las características de los habitantes y las características medioambientales del sitio en estudio. Comenzando por los habitantes del lugar, se entiende que existe un costo de oportunidad por posponer el bienestar presente por el futuro, que es representado a través de una tasa de descuento intertemporal,  $\rho$ . En la actualidad existen estimaciones hechas en los Estados

Unidos que la sitúan entre 2 % y 5 %, contemplando que esta varía en función del tiempo y la cultura (Conrad, 2003). Para la simulación, se utilizó una tasa del 4 %.

El parámetro de las preferencias verdes de los habitantes ( $\beta$ ) se basa en los resultados encontrados por Silvia Sanz (2008), quien divide el peso de la imagen de un destino en siete dimensiones que son relevantes para su elección como destino de visita y para la elección de adquisición de una segunda residencia. El peso que le asignan los dueños de segunda residencia a la naturaleza es de 0.425. Así, contemplando este valor y considerando a un habitante con igual o menor interés en la calidad ambiental del sitio en el que vive, se asigna un valor de  $\beta = 0.4$ , con el objetivo de representar en el modelo a aquellos habitantes que si están interesados por la calidad ambiental del lugar en el que se encuentra su hogar.

Por último, cuando hablamos de los parámetros que definen al destino, se debe recordar que el modelo se construyó bajo el supuesto de una pequeña localidad que ofrece únicamente servicios turísticos que se basan en la calidad del ecosistema acuático. De manera que el destino no podrá soportar un elevado número de visitantes antes de comenzar a comprometer la calidad ambiental del sitio. Marsiglio (2017) caracteriza a la capacidad de carga del destino como el cociente del factor de recuperación del ecosistema acuático y el aporte individual a la contaminación por turista ( $\frac{\tau}{\eta}$ ). Los valores de estos parámetros se definieron de forma arbitraria respetando la estricta diferencia entre ambos parámetros como es discutido en la literatura (Hanley et al., 2016; Zill y Cullen, 2008), y contemplando una capacidad de carga relativamente pequeña, quedando así el factor de recuperación con un valor igual a 7 y el de explotación por visitante ( $\eta$ ) igual a 0.07.<sup>1</sup> Finalmente, se fija un periodo de comparación que nos permita observar los cambios de mayor relevancia en

---

<sup>1</sup> Los ecosistemas acuáticos pueden verse degradados a través de procesos de acumulación excesiva de nutrientes (como lo son el fósforo y el nitrógeno) que comprometen la calidad del agua a través del proceso de eutrofización (Carpenter et al., 1999). Yan et al. (2016) encuentra que el fósforo se acumula más rápido que el nitrógeno en los cuerpos de agua dulce, que se mantienen parcialmente en movimiento, debido a un impacto antropogénico. Por lo tanto, dado el tamaño del destino y la relatividad de su cuerpo de agua, se espera que las actividades humanas impacten fuertemente a la calidad ambiental del lugar que se debería a la alta concentración de fósforo en cada miligramo por litro de agua que aporta un turista a este.

el mediano plazo. Proyectando así un análisis que va de los 25 a los 75 años, permitiendo que los tres escenarios sean comparables.

## 4.2.2. Tres casos de estudio

### Ecoturista

El primer caso caracteriza a un turista que le da una gran importancia a la calidad ambiental ( $\phi$  alta) y es altamente adverso a las multitudes ( $\theta$  cercana a uno) en los sitios que decide visitar. Como referencia al peso de la calidad ambiental de los turistas se utilizaron los valores encontrados por Sanz (2008), quien encuentra que los turistas de sol y playa le asignan un peso a la dimensión ambiental de 0.192.<sup>2</sup> Por lo tanto, siendo este el valor relativamente más grande encontrado, es que se fija para el estudio de casos un peso a la calidad ambiental del ecoturistas de  $\phi = 0,192$ . Por otro lado, dadas las características del ecoturista, quien prefiere los sitios poco visitados, se asume que  $\theta$  será cercana a 1. Dándole así un valor arbitrario de 0.7 (ver tabla 4.3). La figura 4.1 nos muestra el comportamiento óptimo de las variables de interés a través del tiempo. Es posible observar el efecto positivo del tiempo en el número de visitantes, la compleja relación entre la calidad ambiental y el tiempo; y la evolución del bienestar social. Es de notarse que el punto máximo de la utilidad social se alcanza cuando la calidad ambiental óptima llega a su máximo valor posible.

### Turismo de negocios

El segundo caso se basa en el turismo que arriba a un destino principalmente por motivos profesionales o de negocios. Por ende, la calidad ambiental del destino no es de gran importancia, al menos que comprometa su salud; ni tampoco la cantidad de turistas

---

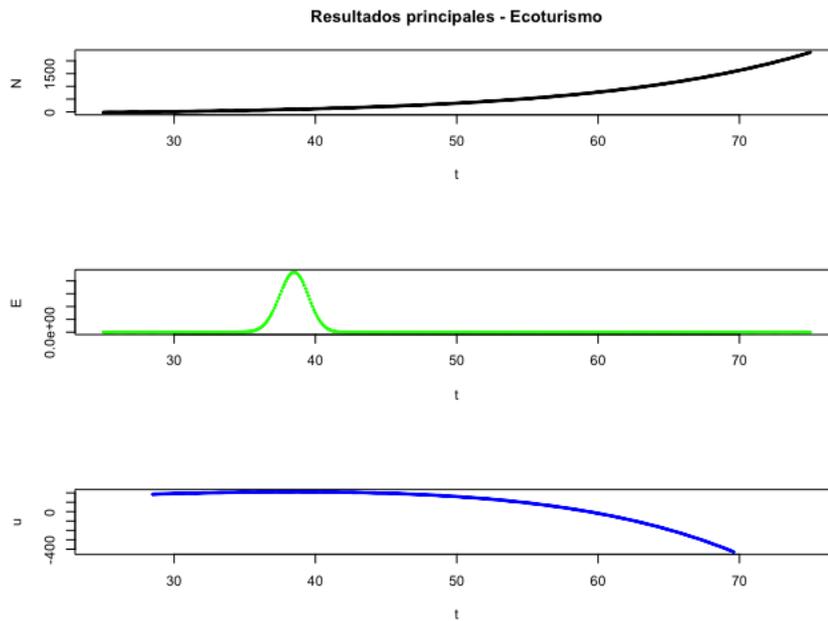
<sup>2</sup>El resto de dimensiones que conforman la imagen y que son medidos como factores decisión son el confort(0.137), lugares de interés (0.069), instalaciones (0.101), clima (0.135), cultura (0.054) y servicios asequibles (0.080) (Sanz, 2008)

Tabla 4.3: Ecoturismo.

Caso 1. Parametros del modelo						
$\beta$	$\phi$	$\theta$	$\eta$	r	$\rho$	
0.4	0.192	0.7	0.07	7	0.04	

Fuente: Elaboración propia.

Figura 4.1: Ecoturismo



Fuente: Elaboración propia.

en el mismo, al menos que afecten sus actividades planeadas. Es por ello que se le establece a las preferencias verdes de estos turistas el mismo peso que le asignaron los turistas de sol y playa al factor de menor importancia en el trabajo de Sanz (2008). Por lo que  $\phi$  se reduce a un valor de 0.054 y  $\theta$  se acerca a 0 con un valor arbitrario de 0.2 (ver tabla 4.4). Ante la poca importancia por parte del turista a las multitudes, la cantidad de visitantes crece más rápido que en el caso del ecoturista y la calidad ambiental sufre de un decaimiento exponencial que termina contrarrestando los efectos del crecimiento constante del arribo

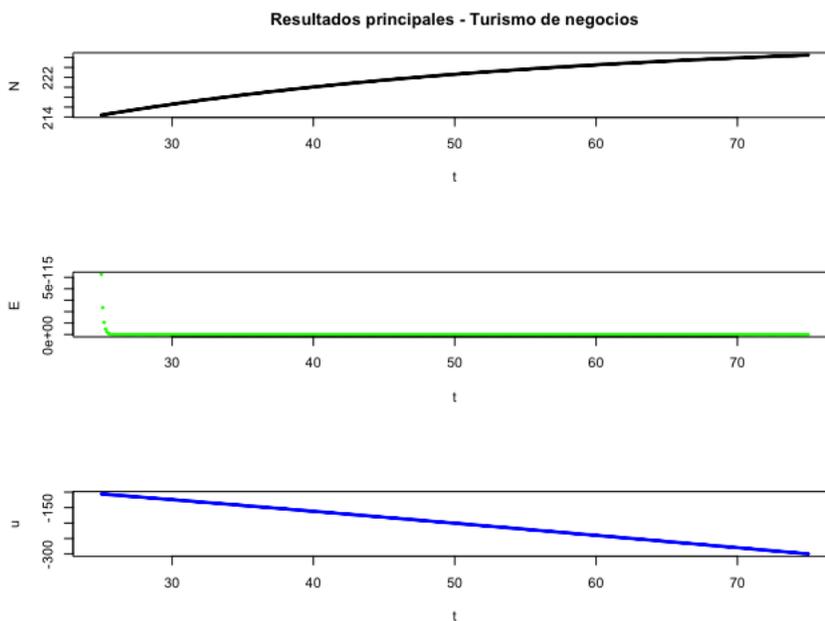
de turistas (ver figura 4.2), ocasionando así una utilidad en constante decrecimiento que se traduce en malestar social por el turismo.

Tabla 4.4: Turismo de negocios.

Caso 2. Parametros del modelo						
$\beta$	$\phi$	$\theta$	$\eta$	r	$\rho$	
0.4	0.054	0.2	0.07	7	0.04	

Fuente: Elaboración propia.

Figura 4.2: Turismo de negocios



Fuente: Elaboración propia.

## Turismo mixto

Por ultimo, se analiza el comportamiento de las variables de interés ante un turismo mixto, en el que el parámetro que mide su aversión a las multitudes se mantiene igual al

caso del ecoturismo, pero el peso de las preferencias verdes ( $\phi$ ) del visitante se reduce al valor que se encuentra en la mediana de todas las dimensiones que analiza Sanz (2008) (ver tabla 4.5). En la figura 4.3 se observa un comportamiento semejante al caso del ecoturismo, en el que la calidad ambiental alcanza su punto máximo y con ella el máximo nivel de bienestar social, entendido como el mayor nivel de utilidad de los residentes. Sin embargo, la tendencia de la cantidad de turistas es menor, reflejándose en una menor cantidad de turistas de forma acumulada a lo que se obtuvo en el primer escenario. De igual forma, es de resaltarse que la disminución en las preferencias verdes ocasiona que el punto máximo de la calidad ambiental y del bienestar social se alcance en un mayor tiempo, ocasionando que durante el periodo de estudio se obtenga una menor utilidad social acumulada.<sup>3</sup>

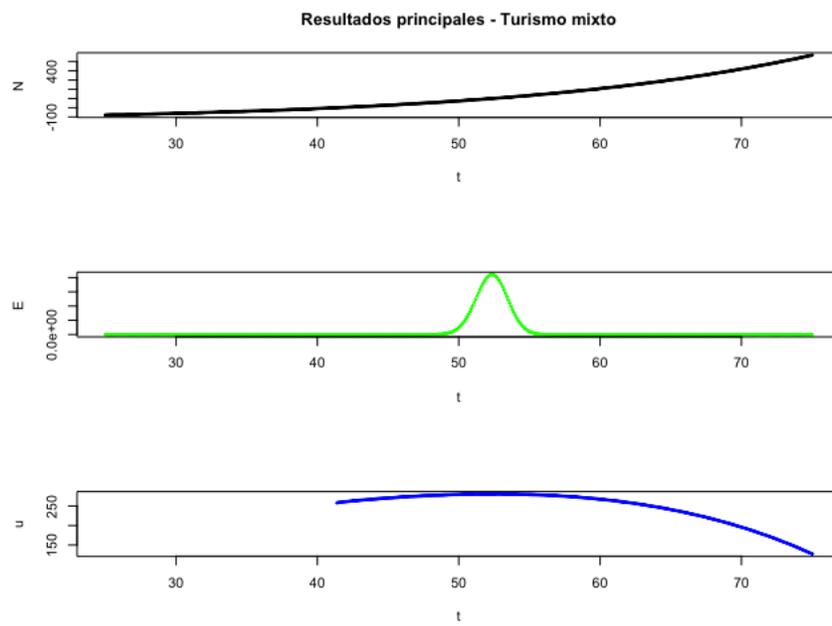
Tabla 4.5: Turismo mixto.

Caso 3. Parametros del modelo						
$\beta$	$\phi$	$\theta$	$\eta$	r	$\rho$	
0.4	0.101	0.7	0.07	7	0.04	

Fuente: Elaboración propia.

<sup>3</sup> ( $t \in [25, 75]$ )

Figura 4.3: Turismo mixto



Fuente: Elaboración propia.

# Capítulo 5

## Conclusiones.

La construcción del modelo, apegado a la problemática en condiciones naturales específicas, permitió encontrar una solución analítica al problema de control óptimo a través del número de visitantes como variable de control que busca maximizar el bienestar social. A diferencia de Cerina (2007), se encontró que el número de turistas, la calidad ambiental y el bienestar social mejoraran solamente bajo el escenario de turismo amigable con los recursos naturales. De igual forma, a diferencia de Marsiglio (2017), el presente análisis encuentra que el número de turistas será siempre creciente sin llegar a un óptimo que depende de la capacidad de carga del destino en estudio.

Por lo tanto, el control óptimo del número de visitantes que permite maximizar el bienestar social depende de parámetros que caracterizan a los turistas, habitantes y al destino. A través de la estática comparativa y del análisis de casos de diferentes tipos de turismo, se encuentra que si al destino únicamente arribasen turistas con poco interés por la naturaleza y baja aversión a las multitudes, la industria se convertiría en un malestar para la sociedad debido a que habría una baja disposición a pagar por parte de los visitantes y un bajo ingreso monetario de la industria turística. Diciendo con ello que el turismo no sería beneficioso si cumpliera con dichas características, incluso bajo el supuesto del control óptimo del número de visitantes. Por lo tanto, el turismo sustentable y el mayor

bienestar social en estos destinos en particular solamente se alcanzaran a través del arribo de turistas que deseen una mejor interacción con la naturaleza y con ello una menor cantidad de turistas en el sitio. Es decir, el control que permite maximizar el bienestar social necesita del conocimiento del tipo de visitante que arriba al destino en estudio para determinar la viabilidad de la industria en la localidad.

El trabajo se encuentra acotado por la falta de literatura sobre medidas de aversión a las multitudes de los turistas y por la carencia de un caso práctico que mida el impacto de un turista en un cuerpo de agua. La modelación se vio limitada debido a que el impacto ambiental de los turistas ( $\eta$ ) depende del sistema hidrológico, del tamaño y de la ubicación geográfica del sitio en estudio. Esto nos lleva a la crítica que se ha planteado con anterioridad acerca de la sobre-simplificación del dinamismo de la ecuación de movimiento de la calidad ambiental (Liu, 2003), debido a que estos sistemas resultan ser mucho más complejos de como se presentan. El modelo, a través de la particularidad del caso, responde de forma parcial a esta solicitud de apego al comportamiento de un ecosistema. Sin embargo, los cuerpos de agua en su modelación hidrológica responden a la cantidad de nuevos insumos que enriquecen el recurso natural (Cabrera, 2012). Un caso en particular proviene de la temporalidad de las lluvias en diferentes puntos geográficos. La inserción de este efecto en el factor de recuperación del destino ( $r$ ) involucraría cambios sustanciales en los resultados y posiblemente la percepción de un nuevo enfoque en su modelación. Sin embargo, este análisis y su complemento se deja para futuras investigaciones, que puedan implementar el uso de herramientas de políticas públicas disuasivas con el afán de controlar la cantidad de visitantes, las preferencias verdes de los habitantes y el gasto público en abatimiento de la contaminación.

# Capítulo 6

## Apéndices.

### Apéndice A. Solución del modelo.

Retomando el planteamiento del Hamiltoniano escrito en la ecuación (3.3), es posible comprobar las condiciones de primer orden, en orden de asegurar la maximización de este último:

$$\frac{\partial H_c}{\partial N_t} = \frac{1 - \theta}{N_t} - \eta\mu E_t = 0, \quad (6.1)$$

$$\Rightarrow N_t = \frac{1 - \theta}{\eta E_t} \frac{1}{\mu},$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1 - \theta}{\eta N_t E_t}. \quad (6.2)$$

Comprobando la condición de segundo orden:

$$\frac{\partial^2 H_c}{\partial N_t^2} = -\frac{1 - \theta}{N_t^2} < 0.$$

Lo que implica que hay una  $N_t$  que maximiza el bienestar de los habitantes. Sabemos que el principio del máximo para este problema requiere que

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial H_c}{\partial E_t} + \rho\mu.$$

Por lo tanto,

$$\dot{\mu} = -\left[\frac{\phi + \beta}{E_t} + \mu(r - \eta N_t)\right] + \rho\mu = \mu[\rho - (r - \eta N_t)] - \frac{\phi + \beta}{E_t}. \quad (6.3)$$

Igualando la ecuación de movimiento de la variable de co-estado a cero ( $\dot{\mu} = 0$ ), e insertando (6.2) en (6.3), encontramos que

$$\left[\frac{1 - \theta}{\eta N_t E_t}\right] [\rho - (r - \eta N_t)] - \frac{\phi + \beta}{E_t} = 0.$$

$$\frac{\dot{N}_t}{N_t} = \frac{\eta N_t (\phi + \beta)}{(1 - \theta)} + (r - \eta N_t) - \rho.$$

Que como resultado el siguiente sistema óptimo dinámico:

$$\frac{\dot{N}_t}{N_t} = \eta N_t \left[ \frac{(\phi + \beta)}{(1 - \theta)} - 1 \right] + r - \rho. \quad (6.4)$$

$$\dot{E}_t = (r - \eta N_t) E_t.$$

## Apéndice B. Solución del sistema dinámico

$$\dot{N}_t = 0; N_1 = (\rho - r) \left[ \frac{(1 - \theta)}{\eta(\phi + \beta + \theta - 1)} \right],$$

$$\dot{E}_t = 0; N_2 = \frac{r}{\eta},$$

sea  $a = \eta \left[ \frac{(\phi + \beta)}{(1 - \theta)} - 1 \right]$  y  $b = (r - \rho)$ , por lo que la ecuación (6.4) quedaría como:

$$\begin{aligned}
\frac{dN_t}{dt} &= aN_t + b, \\
\Rightarrow \frac{dN_t}{aN_t + b} &= dt, \\
\Rightarrow \int \frac{dN_t}{aN_t + b} &= \int dt, \\
\Rightarrow \frac{1}{a} \ln [aN_t + b] &= t, \\
\Rightarrow e^{\ln[aN_t + b]^{1/a}} &= e^t, \\
\Rightarrow [aN_t + b] &= e^{at}, \\
\Rightarrow N_t &= \frac{e^{at} - b}{a}.
\end{aligned}$$

Sustituyendo los valores de  $\rho$  de "b", encontramos que la solución a la ecuación diferencial de primer orden está dada por,

$$N_t = \frac{e^{\eta \left[ \frac{(\phi + \beta)}{(1 - \theta)} - 1 \right] t} - (r - \rho)}{\eta \left[ \frac{(\phi + \beta)}{(1 - \theta)} - 1 \right]}.$$

Por otro lado, para determinar la solución a la ecuación logística,

$$\dot{E}_t = (r - \eta N_t) E_t,$$

debemos recordar que la relación no lineal de la ecuación  $(\eta N_t E_t)$ ; cuando  $\eta > 0$ , puede interpretarse como un término de inhibición o competencia. En este tipo de ecuaciones es

común que la constante  $r$  sea mucho mayor que  $\eta$ .

Un método apropiado para resolver la ecuación logística es mediante la separación de variables. Sabemos que  $N_t = \frac{e^{at}-b}{a}$ , por lo que sustituyendo los valores, se obtiene que,

$$\begin{aligned}\dot{E}_t &= \left(r - \eta \frac{e^{at} - b}{a}\right) E_t, \\ \frac{dE_t}{dt} &= \left(r - \eta \frac{e^{at} - b}{a}\right) E_t, \\ \frac{dE_t}{E_t} &= \left(r - \eta \frac{e^{at} - b}{a}\right) dt, \\ \int \frac{dE_t}{E_t} &= \int \left(r - \eta \frac{e^{at} - b}{a}\right) dt, \\ \Rightarrow \int \frac{dE_t}{E_t} &= \int r dt - \frac{\eta}{a} \int e^{at} dt + \frac{\eta b}{a} \int dt, \\ \Rightarrow \ln(E_t) &= rt - \frac{\eta}{a^2} e^{at} + \frac{\eta b}{a} t.\end{aligned}\tag{6.5}$$

Sustituyendo los valores de  $a$  y  $b$ , en 6.5. Tenemos que,

$$\begin{aligned}\Rightarrow \ln(E_t) &= rt - \frac{\eta}{\left[\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]\right]^2} e^{\left[\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]\right] t} + \frac{\eta(r-\rho)}{\left[\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]\right]} t, \\ \Rightarrow E_t &= e^{\left\{ rt - \frac{\eta}{\left[\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]\right]^2} e^{\left[\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]\right] t} + \frac{\eta(r-\rho)}{\left[\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]\right]} t \right\}}, \\ \Rightarrow \ln(E_t) &= rt - \frac{1}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)-(1-\theta)}{(1-\theta)}\right] t} + \frac{(r-\rho)}{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]} t\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \ln(E_t) = rt - \frac{1}{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]} \left\{ \frac{1}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)-(1-\theta)}{(1-\theta)}\right]t} + (r - \rho)t \right\}.$$

## Apéndice C. Estática comparativa.

### Estadística comparativa del número de visitantes.

Sea:

$$N_t = \frac{e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} - (r - \rho)}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]}.$$

#### Número de visitantes con respecto al impacto de los visitantes

$$\frac{\partial N_t}{\partial \eta} = \frac{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} \eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] - \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] \left[ e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} - (r - \rho) \right]}{\eta^2 \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial \eta} = \frac{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] \left\{ t e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} \eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] - \left[ e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta^2 \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial \eta} = \frac{\left\{ t e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} \eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] - \left[ e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta^2 \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]}.$$

#### Número de visitantes con respecto a las preferencias verdes de los visitantes

$$\frac{\partial N_t}{\partial \phi} = \frac{\frac{\eta t}{1-\theta} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} \eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] - \eta \frac{1}{1-\theta} \left[ e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]t} - (r - \rho) \right]}{\eta^2 \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial \phi} = \frac{\left[ \eta \frac{1}{1-\theta} \right] \left\{ t e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} \eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \left[ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta^2 \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial \phi} = \frac{\left[ \frac{1}{1-\theta} \right] \left\{ t e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} \eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \left[ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2}.$$

Número de visitantes con respecto a las preferencias verdes de los habitantes

$$\frac{\partial N_t}{\partial \phi} = \frac{\partial N_t}{\partial \beta}.$$

Número de visitantes con respecto a la aversión a las multitudes de los visitantes

$$\frac{\partial N_t}{\partial \theta} = \frac{e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} \left[ \frac{\eta(\phi+\beta)t}{(1-\theta)^2} \right] \eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \left[ \frac{\eta(\phi+\beta)}{(1-\theta)^2} \right] \left[ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho) \right]}{\eta^2 \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2}.$$

$$\frac{\left[ \eta \frac{\phi+\beta}{(1-\theta)^2} \right] \left\{ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} t \eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \left[ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta^2 \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2},$$

$$\frac{\left[ \frac{\phi+\beta}{(1-\theta)^2} \right] \left\{ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} t \eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \left[ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2},$$

Número de visitantes con respecto a la la tasa de recuperación natural

$$\frac{\partial N_t}{\partial r} = - \frac{1}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]}.$$

## Número de visitantes con respecto a la la tasa de preferencia intertemporal

$$\frac{\partial N_t}{\partial \rho} = \frac{1}{\eta \left[ \frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1 \right]}.$$

## Estadística comparativa de calidad ambiental.

Sea:

$$\ln(E_t) = rt + \frac{1}{\left[ \frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1 \right]} \left\{ \frac{1}{\eta \left[ \frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1 \right]} e^{\eta \left[ \frac{(\phi+\beta)-(1-\theta)}{(1-\theta)} \right] t} + (r - \rho)t \right\},$$

en donde debemos tener en cuenta que:

$$E_t = e^{f(\eta, \phi, \beta, \theta, r, \rho)}$$

,

en donde  $f(\cdot) =$ . La derivada parcial con respecto a cualquier parámetro, por ejemplo  $\eta$ , será de la forma

$$\frac{\partial E_t}{\partial \eta} = \frac{\partial f(\cdot)}{\partial \eta} e^{f(\eta, \phi, \beta, \theta, r, \rho)},$$

por lo que  $\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \eta}$  es un factor determinante del signo de las derivas. Por ello nos concentraremos en las derivadas parciales de  $f(\cdot)$ .

## Calidad ambiental con respecto al impacto de los visitantes

Sea

$$\ln(E_t) = f(\cdot) = rt + \frac{1}{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]} \left\{ \frac{1}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} + (r - \rho)t \right\},$$

$$\Rightarrow f(\cdot) = rt + \frac{1}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} + \frac{1}{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]} (r - \rho)t,$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \eta} = -\frac{1}{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2} \eta^{-2} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} + e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} \frac{\eta^{-1} \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t}{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2},$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \eta} = \frac{e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t}}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2} \left\{ \left[\frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1\right] - \frac{1}{\eta} \right\}.$$

**Calidad ambiental con respecto a las preferencias verdes de los turistas**

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \phi} = -2 \left(\frac{1}{\eta}\right) \left[\frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1\right]^{-3} \left(\frac{1}{1 - \theta}\right) e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} + \eta t \left(\frac{1}{1 - \theta}\right) e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} \left(\frac{1}{\eta}\right) \left[\frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1\right]^{-2} - \left[\frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1\right]^{-2} \left(\frac{1}{1 - \theta}\right) (r - \rho)t,$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \phi} = \left(\frac{1}{1 - \theta}\right) \left\{ \frac{-2}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^3} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} + \frac{\eta t}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} - \frac{1}{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2} (r - \rho)t \right\},$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \phi} = \left(\frac{1}{1 - \theta}\right) \frac{1}{\left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]^2} \left\{ \frac{-2}{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right]} e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} + t e^{\eta \left[\frac{(\phi+\beta)}{(1-\theta)} - 1\right] t} - (r - \rho)t \right\},$$

Calidad ambiental con respecto a las preferencias verdes de los habitantes.

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \beta} = \frac{\partial f(\cdot)}{\partial \phi}.$$

Calidad ambiental con respecto a la aversión a las multitudes de los turistas

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \theta} = -2 \left( \frac{1}{\eta} \right) \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]^{-3} \left( \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} \right) e^{\eta \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right] t} + \eta t \left( \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} \right) e^{\eta \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right] t} \left( \frac{1}{\eta} \right) \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]^{-2} - \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]^{-2} \left( \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} \right) (r - \rho)t,$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \theta} = \left( \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} \right) \frac{1}{\left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]^2} \left\{ \frac{-2}{\eta \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]} e^{\eta \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right] t} + t e^{\eta \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right] t} - (r - \rho)t \right\}.$$

Calidad ambiental con respecto a la tasa de recuperación natural

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial r} = t + \frac{t}{\left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]}.$$

Calidad ambiental con respecto a la tasa de preferencia temporal

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \rho} = \frac{-t}{\left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]}.$$

## Resumen de la estática comparativa del número de turistas

$$\frac{\partial N_t}{\partial \eta} = \frac{\left\{ te^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} \eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \left[ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta^2 \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial \phi} = \frac{\left[ \frac{1}{1-\theta} \right] \left\{ te^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} \eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \left[ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial \phi} = \frac{\partial N_t}{\partial \beta},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial \theta} = \frac{\left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} \right] \left\{ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} t \eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \left[ e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho) \right] \right\}}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial r} = -\frac{1}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]},$$

$$\frac{\partial N_t}{\partial \rho} = \frac{1}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]}.$$

## Resumen de la estática comparativa de la calidad ambiental

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \eta} = \frac{e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t}}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2} \left\{ \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] - \frac{1}{\eta} \right\}$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \phi} = \left( \frac{1}{1-\theta} \right) \frac{1}{\left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]^2} \left\{ \frac{-2}{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right]} e^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} + te^{\eta \left[ \frac{\phi+\beta}{1-\theta} - 1 \right] t} - (r - \rho)t \right\}$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \beta} = \frac{\partial f(\cdot)}{\partial \phi},$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \theta} = \left( \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} \right) \frac{1}{\left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]^2} \left\{ \frac{-2}{\eta \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]} e^{\eta \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right] t} + t e^{\eta \left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right] t} - (r - \rho)t \right\}.$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial r} = t + \frac{t}{\left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]},$$

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial \rho} = \frac{-t}{\left[ \frac{\phi + \beta}{1 - \theta} - 1 \right]}.$$

# Referencias

- Altimira, R. y Muñoz, X. (2007). El turismo como motor de crecimiento económico. *Anuario jurídico y económico escurialense*, **(40)**, 677–710.
- Azam, M., Alam, M. y Haroon, M. (2018). Effect of tourism on environmental pollution: Further evidence from Malaysia, Singapore and Thailand. *Journal of Cleaner Production*, **190**, 330–338. doi: 10.1016/j.jclepro.2018.04.168.
- Budowski, G. (1976). Tourism and Environmental Conservation: Conflict, Coexistence, or Symbiosis? *Environmental Conservation*, **3(1)**, 27–31. doi: 10.1017/S0376892900017707.
- Cabrera, J. (2012). Modelos Hidrológicos. *Universidad Nacional de Ingeniería*.
- Carpenter, S. R., Ludwig, D. y Brock, W. A. (1999). Management of Eutrophication for Lakes Subject to Potentially Irreversible Change. *Ecological Applications*, **9(3)**, 751–771.
- Castaño, J. I. y Villegas, J. A. (2001). Solución analítica a un sistema acoplado de orden dos. *DIRECTIVOS Universidad EAFIT*, **(124)**, 77–80.
- Cerina, F. (2007). Tourism specialization and environmental sustainability in a dynamic economy. *Tourism Economics*, **13(4)**, 553–582. doi: 10.5367/000000007782696032.
- Cervantes, M. (2007). Conceptos fundamentales sobre ecosistemas acuáticos y su estado en México. *Perspectivas sobre conservación de ecosistemas acuáticos en México. Instituto*

*Nacional de Ecología-Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. México, DF, México, 36–67.*

Chiang, A. (2005). *Fundamental methods of mathematical economics*. Boston, Mass.: McGraw-Hill/Irwin, 4.<sup>a</sup> edición. ISBN 9789701056141.

Conrad, J. M. (2003). *Resource economics*. Cambridge University Press.

Dachary, A. y Burne, S. (2006). El estudio del turismo ¿Un paradigma en formación? *Estudios y Perspectivas en Turismo*, **15**, 179–193.

Dell’Era, M. y Sodini, M. (2009). Closed form solution for dynamic of sustainable tourism. doi: <https://mpira.ub.uni-muechen.de/17412/>.

Hanley, N., Shogren, J. F. y White, B. (2016). *Environmental economics: in theory and practice*. Macmillan International Higher Education. doi: 10.4337/9781843768715.00031.

Hazari, B. R. y Sgro, P. M. (1995). Tourism and growth in a dynamic model of trade. *Journal of International Trade and Economic Development*, **4(2)**, 243–252. doi: 10.1080/09638199500000019.

Johnston, R. J. y Tyrrell, T. J. (2005). A dynamic model of sustainable tourism. *Journal of Travel Research*, **44(2)**, 124–134. doi: 10.1177/0047287505278987.

Kubickova, M. y Martin, D. (2020). Exploring the relationship between government and destination competitiveness: The TALC model perspective. *Tourism Management*, **78(May 2019)**, 104040. doi: 10.1016/j.tourman.2019.104040.

Kumar, B. y Gupta, V. (2019). Economics and Human Biology Valuing health damages due to groundwater arsenic contamination in Bihar , India. *Economics and Human Biology*, **35**, 123–132. doi: 10.1016/j.ehb.2019.06.005.

Lindberg, K., McCool, S. y Stankey, G. (1997). Rethinking Carrying Capacity. *Annals of Tourism Research*, **24(2)**, 461–465. doi: 10.1016/S0160-7383(97)80018-7.

- Liu, Z. (2003). Sustainable tourism development: A critique. *Journal of Sustainable Tourism*, **11(6)**, 459–475. doi: 10.1080/09669580308667216.
- Lozano, J., Gomez, C. M. y Rey-Maqueira, J. (2008). The TALC hypothesis and economic growth theory. *Tourism Economics*, **14(4)**, 727–749. doi: 10.5367/000000008786440166.
- Malmaeus, J. M. y Håkanson, L. (2004). Development of a Lake Eutrophication model. *Ecological Modelling*, **171(1-2)**, 35–63. doi: 10.1016/S0304-3800(03)00297-7.
- Marsiglio, S. (2015). Economic growth and environment: Tourism as a trigger for green growth. *Tourism Economics*, **21(1)**, 183–204. doi: 10.5367/te.2014.0411.
- (2016). Uncertainty, crowding aversion and tourism aversion in tourism destinations. *Tourism Economics*, **22(1)**, 111–123. doi: 10.5367/te.2014.0416.
- (2017). On the carrying capacity and the optimal number of visitors in tourism destinations. *Tourism Economics*, **23(3)**, 632–646. doi: 10.5367/te.2015.0535.
- Phaneuf, D. J. y Requate, T. (2016). *A Course in Environmental Economics: Theory, Policy, and Practice*. Cambridge University Press.
- Pineda, J. F. (2015). Una mirada somera a la ecuación logística, 9–18. doi: <http://hdl.handle.net/11634/10005>.
- Ramsey, F. P. (1928). A Mathematical Theory of Savings. *The Economic Journal*, **38**, 543–559. doi: <http://www.jstor.org/stable/2224098> Accessed:.
- Reddy, V. R. y Behera, B. (2006). Impact of water pollution on rural communities: An economic analysis. *Ecological Economics*, **58(3)**, 520–537. doi: 10.1016/j.ecolecon.2005.07.025.
- Rosen, S. (1974). Hedonic prices and implicit markets: product differ.

- Rubio, S., Martínez, C. y Castro, J. (1993). Optimal management of groundwater with increasing demand.
- Ruffin, R. J. (1972). Pollution in a Crusoe Economy. *The Canadian Journal of Economics*, **5(1)**, 110–118. doi: <https://www.jstor.org/stable/133996>.
- Sanz, S. (2008). Imagen global e intenciones futuras de comportamiento del turista de segunda residencia. *Revista europea de dirección y economía de la empresa*, **17(4)**, 95–114.
- Schubert, S. F. y Schamel, G. (2020). Sustainable tourism development: A dynamic model incorporating resident spillovers. *Tourism Economics*, 1–27. doi: 10.1177/1354816620934552.
- Smith, L. J. (1994). The tourism product. *Annals of Tourism Research*, **21(3)**, 582–595. doi: 10.1016/0160-7383(94)90121-X.
- Smulders, S. (2000). Economic growth and environmental quality. En: Henk Folmer, Landis Gabel y Edward Elgar (Eds.), *Principles of Environmental and Resource Economics*, capítulo 20. doi: 10.1007/BF00148037.
- Tetreault, D. V. (2008). En torno al medio ambiente: una revisión de cuatro debates. *Espiral*, **14(42)**, 41–72. doi: 10.32870/espiral.v14i42.1362.g1229.
- UNEP y UNWTO (2005). Making Tourism More Sustainable - A Guide for Policy Makers. doi: <https://www.unwto.org/es/desarrollo-sostenible>.
- Xepapadeas, A. (2005). Chapter 23 Economic growth and the environment. *Handbook of Environmental Economics*, **3(05)**, 1219–1271. doi: 10.1016/S1574-0099(05)03023-8.
- Yan, Z., Han, W., Peñuelas, J., Sardans, J., Elser, J. J., Du, E., Reich, P. B. y Fang, J. (2016). Phosphorus accumulates faster than nitrogen globally in freshwater

ecosystems under anthropogenic impacts. *Ecology Letters*, **19(10)**, 1237–1246. doi: 10.1111/ele.12658.

Zill, D. G. y Cullen, M. R. (2008). *Matemáticas avanzadas para ingeniería*. MC GRAW HILL INTERAMERICANA.