CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.

# MODELO DEL COAUTOR CON HOMOFILIA

TESINA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN ECONOMÍA

PRESENTA

YARIM ALBERTO VARGAS FLORES

DIRECTOR DE LA TESINA: DRA. ISABEL MELGUIZO

CIUDAD DE MÉXICO 2020

*Este trabajo está dedicado a mi madre que nunca dejo de apoyarme.*

.

# Agradecimientos

*Quiero agradecer a:*

*mi asesora la doctora Isabel Melguizo,*
*mi lector el doctor Mauricio Fernandez,*
*la coordinadora de la maestría en economía Maria Teresa Arrate Guijarro, a los profesores con los que tuve el gusto de cursar y a todo el personal del CIDE en general,*
*todos mis compañeros de generación especialmente a Alejandro Alberto Miliano.*
*Gracias por toda su ayuda.*

## Resumen

*En el presente trabajo se muestra una extensión del conocido modelo del coautor desarrollado en (Jackson y Wolinsky, 1996). En este documento puede encontrarse una modificación de este modelo donde se toma en cuenta la marcada tendencia del ser humano a relacionarse con otros individuos similares. Se propone esta adición con la intención de encontrar redes cuya estructura cumpla con las definiciones de eficiencia y estabilidad por pares al mismo tiempo. El principal objetivo del modelo es mostrar que la homofilia permite lidiar con el conflicto existente en el modelo del coautor con respecto a las estructuras en redes socialmente optimas y redes individualmente óptimas.*



*Palabras clave: Homofilia, redes, coautoria, eficiencia, estabilidad por pares.*
*Clasificación JEL: A12, A14, A23.*

# Contenido

# Capítulo 1

# Introducción

La cooperación entre científicos es una actividad donde puede observarse que las acciones que ejercen los individuoss pueden tener repercusiones sobre el bienestar de sus compañeros. Por ejemplo, en (Barnett, Ault, y Kaserman, 1988) analizan los incentivos que hacen a los economistas trabajar juntos. Comprueban que una de las principales razones que tienen para coautorar es que pueden distribuir el riesgo inherente a la colaboración. Esto quiere decir que los investigadores tienen incentivos a formar varios equipos para aminorar los riesgos de no publicar nada. Como consecuencia el tiempo que tiene el investigador para invertir en cada proyecto se ve reducido. De esta manera, la calidad de colaboración que puede ofrecerle a sus coautores es menor. Esta pauta muestra como la decisión de un investigador de coautorar puede ser afectada en detrimento de la utilidad de sus colaboradores.

En el modelo de redes de coautoría introducido en (Jackson y Wolinsky, 1996), proponen una función de utilidad que captura la idea anterior, ya que relaciona la fracción de tiempo que invierten los investigadores en un proyecto con la utilidad que cada uno deriva de éste. Este modelo es conocido como el modelo del coautor, en él se tiene un conjunto de investigadores que están planteándose colaborar. La utilidad del investigador se ve afectada por el tiempo que destina su socio a colaborar y un término de sinergia causado por el tiempo que pasan juntos trabajando. Estos términos capturan el efecto indirecto que puede tener el número de colaboraciones en las que trabaja un investigador sobre la utilidad de sus compañeros. Los autores de este modelo caracterizan la red eficiente o la red donde la utilidad agregada es máxima y la red en equilibrio donde los individuos no quieren eliminar vínculos y todo vínculo que se forme es decisión mutua. El principal resultado que emerge en este modelo es que existe un conflicto entre lo socialmente óptimo y lo que resulta individualmente óptimo. De acuerdo con (Buechel y Hellmann, 2012), este conflicto se relaciona con las externalidades. En concreto los autores mencionan que cuando hay externalidades representadas en la función de utilidad, las redes socialmente óptimas tienen un grado promedio que difiere del grado promedio de las redes en equilibrio. Sin embargo, también pueden encontrarse casos donde la adición de supuestos y condiciones ayuda a aliviar este conflicto. Vease (Morrill, 2011), (Caulier, Mauleon, y Vannetelbosch, 2013), (Jackson y Van den Nouweland, 2005).

Teniendo esto en cuenta se plantea extender el modelo del coautor para introducir el comportamiento del ser humano conocido como homofilia. La homofilia se define como la tendencia de los individuos a interactuar con otros que son similares (McPherson, Smith-Lovin, y Cook, 2001). Esta característica robusta del comportamiento de los humanos se ha podido observar en las redes de colaboración entre investigadores bajo distintos atributos. Por ejemplo, puede consultarse (Freeman y Huang, 2015) donde encuentran que la colaboración entre científicos de la misma etnia se da más frecuentemente. También se ha podido comprobar esta tendencia en el género pues en (Boschini y Sjögren, 2007) los autores encuentran que las mujeres tienen más probabilidad de trabajar con mujeres que con hombres. Así mismo, un tipo especial de homofilia que se ha podido observar en las redes de coautoría, es en el tema de interés. Como puede verse en (Fafchamps, Van der Leij, y Goyal, 2010) los autores mencionan que los científicos son más propensos a trabajar juntos si tienen intereses similares. Una posible explicación a esto es que existen efectos sinérgicos por la similitud tales como la facilidad de comunicación (Fu, Nowak, Christakis, y Fowler, 2012). Es posible que a causa de la homofilia la sinergia que se crea en una colaboración se verá afectada positivamente por la similitud que comparten los científicos en el tema de interés. Esto se puede notar en (Ding, 2011) donde los autores ofrecen evidencia de esto, ya que encuentran que los colaboradores más productivos tienden a relacionarse con colegas que trabajan en el mismo tema. Por otra parte, en (Stokols, Hall, Taylor, y Moser, 2008) presentan nociones que pueden ser tomadas en cuenta a la hora de formar equipos, destacan las colaboraciones entre investigadores con intereses similares y que la homofilia en tema de interés juega un papel importante en la formación de los equipos.

En vista de esto se plantea la posibilidad de ver a la homofilia en tema de interés como un mecanismo que permite potenciar los beneficios en sinergia que ofrece la colaboración. El propósito de este trabajo es introducir la homofilia como un supuesto al modelo del coautor. Se espera que la adición en sinergia que se genera por la homofilia pueda incidir en la disparidad de las redes eficientes con respecto a las redes estables en este modelo. Dado que en la realidad se ha podido observar que los autores presentan un comportamiento homofílico se propone una modificación sobre el término de sinergia en la función de utilidad del modelo del coautor para tomar en cuenta los efectos de la homofilia a través de un aumento en la sinergia por colaborar.

Por lo tanto, el objetivo es estudiar las implicaciones que tiene introducir la homofilia por tema de interés de esta manera sobre el grado promedio de las redes socialmente óptimas y de redes en equilibrio; las hipótesis principales son que la introducción de homofilia como potenciador de la sinergia puede tener el efecto de que el número de colaboraciones que quieren los investigadores se reduzca para aprovechar de manera más eficiente esta adición de sinergia. De no ser este el caso, la otra hipótesis es que se espera encontrar redes socialmente óptimas que tengan un grado promedio elevado debido a que todos los individuos en la red pueden aprovechar la adición de utilidad que da trabajar con varios investigadores del mismo tema.

En virtud de lo que se ha venido formulando, la primera meta de este modelo es encontrar la red con la estructura más eficiente. En este caso se está interesado por el grado promedio de la red donde la utilidad agregada de los coautores es máxima bajo el efecto de la homofilia. Por otra parte, la segunda meta es definir las condiciones para que exista un equilibrio en la red. De tal modo que se obtenga la red en la que todos los individuos tengan más utilidad con los vínculos que formaron y todo vínculo formado en la red provenga de una decisión mutua. Como consecuencia de la introducción del comportamiento homofílico al modelo del coautor se espera que la sinergia por colaborar produzca el efecto de reducir el grado promedio en redes estables y por lo tanto sean eficientes o el efecto de aumentar el grado promedio en redes socialmente óptimas de modo que las redes cumplan las condiciones de la estabilidad por pares.

# Capítulo 2

# Revisión de literatura

El principal trabajo con el que el modelo propuesto está relacionado es (Jackson y Wolinsky, 1996), ya que es una modificación del modelo de redes de coautoría que se presenta en este artículo. Como se ha venido diciendo, existe un conflicto en las redes que emergen bajo el concepto de eficiencia con respecto a las redes caracterizadas bajo el concepto de estabilidad. En este modelo para la formación de la red eficiente, es como si un planificador central hiciera a los individuos internalizar que involucrarse en más proyectos afecta la utilidad de sus colaboradores y por lo tanto decidieran concentrarse en solo un proyecto. Por otra parte, en una red estable los individuos están conformes con los vínculos que formaron y en todas las relaciones que se dan en la red serán resultado de decisiones recíprocas. En el modelo del coautor encuentran que la red estable está formada por componentes de individuos conectados entre sí, tales que cada componente no está conectado a otro. Esto refleja que para el modelo del coautor en las redes estables los investigadores no internalizan la externalidad que representan sobre la utilidad de los otros y deciden involucrarse en una cantidad de proyectos que resulta ineficiente. El motivo de la modificación al modelo del coautor es que se espera que la adición de sinergia por homofilia ofrezca un comportamiento que haga empatar lo social y lo individualmente óptimo. Otros autores ya han trabajado con modificaciones de este modelo. Sin embargo, estas extensiones van más en el sentido dinámico, es decir que los investigadores deciden en distintos periodos si colaborar. En (Tambayong et al., 2007), estudian la convergencia hacia redes estables variando dos parámetros: la probabilidad de vinculación y la cardinalidad del conjunto de investigadores. Por otro lado, en diversos textos el modelo del coautor aparece referenciado como un ejemplo para la aplicación de resultados. En (Buechel y Hellmann, 2012), relacionan que en el modelo del coautor existe un conflicto entre lo socialmente e individualmente óptimo debido a la externalidad negativa presente en la función de utilidad. Por su parte en (Morrill, 2011) encuentran que en los modelos con funciones que incluyan externalidades negativas el conflicto entre lo eficiente y lo estable estará presente. Sin embargo, uno de sus resultados es que la introducción de transferencias entre individuos genera redes donde la estabilidad y la eficiencia son compatibles. Esta investigación muestra que el objetivo de obtener redes estables y eficientes en el modelo del coautor es factible. En consonancia, en (Jackson y Van den Nouweland, 2005) usan como ejemplo al modelo del coautor para mostrar que cuando existen las redes fuertemente estables,es decir, redes donde las decisiones de crear o eliminar vínculos son tomadas en coaliciones, concuerdan con un subconjunto de las redes eficientes . Este trabajo muestra como a pesar de que la estabilidad fuerte requiere de mayores supuestos lo individualmente óptimo puede ser eficiente. De igual forma en (Caulier et al., 2013) comprueban sus resultados usando al modelo del coautor como referencia. Mencionan que bajo la regla de mayoría simple que definen las redes eficientes son estables para el modelo del coautor.

Cabe señalar que este documento se relaciona con modelos donde se derivan condiciones para la formación de una red bajo las definiciones de redes eficientes o redes estables. Véase (Genicot, 2019), (Iijima y Kamada, 2017), (Kawamata y Tamada, 2004). De la misma forma que en estos textos, se espera que sea posible derivar estructuras que obedezcan a estas definiciones para poder contrastarlas. Siguiendo esta linea, en el presente documento el modelo propuesto se relaciona con textos donde se estudie la incompatibilidad entre la eficiencia y la estabilidad en la formación de redes (Corbo y Parkes, 2005), (Dutta y Jackson, 2000), (König, Battiston, Napoletano, y Schweitzer, 2012). Dentro de esta literatura se puede resaltar que en (Jackson y

Wolinsky, 1996) proponen el modelo de conexión donde los individuos derivan utilidad basado en la distancia que necesitan para comunicarse con otros. En este modelo al contrario del modelo del coautor, la externalidad que se presenta es positiva, por lo que el conflicto entre eficiencia y estabilidad es similar al del modelo del coautor, pero en sentido contrario. También en (Möhlmeier, Rusinowska, y Tanimura, 2016) proponen una extensión del modelo de distancia, pero adhiriendo una externalidad negativa como en el modelo del coautor, de este modo incorporan propiedades de ambos modelos en uno solo. Observan que en su modelo se forman distintas estructuras al del modelo de conexión original, pero el conflicto entre estabilidad y eficiencia persiste.

Para definir por qué y cómo se podría introducir la homofilia en el modelo del coautor, fue necesaria una consulta de estos temas. En primer lugar, es importante señalar que por medio de estudios empíricos se ha podido comprobar la presencia de homofilia en redes de coautoría en distintas áreas de la ciencia. Véase (Kretschmer, 1997), (Gallivan y Ahuja, 2015), (Hâncean y Perc, 2016), (Stoica, 2018). Además, también se ha podido observar que la opción de relacionarse con alguien similar afecta el comportamiento, tanto de los individuos como del agregado. Este es el caso en (Liu, Luo, y Xia, 2015), donde desarrollan un modelo de múltiples agentes y encuentran que la homofilia hace que los individuos similares se agreguen en grupos, mostrando como la homofilia tiene efectos sobre la arquitectura en las redes de coautoría. De entre los diferentes atributos en los que se pudiera presentar homofilia, se ha observado que el tema de interés puede influenciar la calidad de la colaboración. En (Xie, Ouyang, y Li, 2016) proponen modelar las redes de coautoría mediante un gráfico geométrico aleatorio. Concluyen que la homofilia que se produce en los temas de interés influye de manera positiva en la colaboración. De este modo existe evidencia que apoya el supuesto de que la homofilia puede generar mejores colaboraciones. Comentar esto es util pues es evidencia de que la homofilia en tema de interes afecta la colaboracion. Aunque en este texto no identifican efectos sinérgicos de la homofilia, en el modelo que se propone el efecto positivo de la homofilia sobre la colaboración se atribuye a un aumento en la sinergia. Otro efecto de la homofilia en el tema de interés que ha sido documentada en estudios como (Zhang, Bu, Ding, y Xu, 2018), es que la homofilia por tema de interés tiene efecto sobre la generación de un vínculo de colaboración. En el presente trabajo la probabilidad de interacción entre los individuos no influye en la generación de conexiones, sin embargo, gracias a este enfoque se puede suponer que los individuos tienen más incentivos a unirse con alguien que trabaja en un tema similar. Igualmente, hay evidencia de que la homofilia por el tema de interés mejora la búsqueda de coautores, en (Chirita, Damian, Nejdl, y Siberski, 2005) proponen añadir distintas estrategias en su algoritmo de búsqueda de colaboradores en redes de coautoría. Los autores concluyen que tomar en cuenta el tema de interés, mejora el proceso de búsqueda con respecto a las otras estrategias que proponen. Este estudio muestra que tomar en cuenta la homofilia en tema de interés puede disminuir el esfuerzo de búsqueda de colaboradores adecuados en una red. En el presente trabajo los individuos solo pertenecen a uno de dos grupos, además, todos los individuos presentan características muy similares por lo que hablar de un proceso de búsqueda no tendría mucho sentido. Aun así, este articulo muestra que introducir la homofilia en tema de interés puede ayudar a mitigar situaciones como la que se plantea en (Barnett et al., 1988) (los investigadores trabajan con varios colaboradores por el riesgo de no publicar), pues es posible que la homofilia en tema de interés reduzca los costos inherentes a buscar colaboradores adecuados.

Por último, este trabajo también se puede vincular a literatura de como la homofilia afecta la estructura de una red. Es decir, se relaciona con modelos que tomen en cuenta como la preferencia de las personas por relacionarse con alguien similar tiene un impacto sobre la arquitectura de la red. Como en (Currarini, Matheson, y Vega-Redondo, 2016), los autores presentan un modelo donde la decisión de las personas esta entre buscar amigos en toda la población, o solo con un grupo de personas similares. Encuentran que existe un tamaño del grupo al que pertenece la persona, para el que, si es sobrepasado, la persona preferirá relacionarse con alguien similar. En cambio, si se está por debajo de ese número la persona elige lo contrario. Al igual que en este trabajo se espera que la introducción de homofilia va incidir en las redes que se formen siempre que la adición en sinergia por homofilia sobrepase cierto umbral. Por su parte, en (Currarini, Jackson, y Pin, 2009) modelan la búsqueda de amistades en una red donde los individuos pueden ver los tipos de otros individuos. Indagan en el hecho empírico de que, en los grupos de gran de tamaño se forman vínculos de individuos del mismo tipo. Con base en esto, es posible que las redes que emerjan en el modelo estén formadas por grandes grupos de individuos similares. Por ultimo en (Fu et al., 2012), mencionan que en su modelo aun cuando los efectos sinérgicos de la homofilia sean bajos, son suficientes para que un individuo prefiera la similitud a la diversidad. Esto muestra que la homofilia puede presentar efectos sinérgicos y por otra parte se puede pensar que aun cuando sean bajos, las características de las redes que emerjan en el modelo con las modificaciones que se proponen puedan ser afectadas.

# Capítulo 3

# Modelo

Considere una población de científicos denotada por el conjunto $N = \{1, ..., n\}$. Este conjunto puede ser particionado en dos grupos disjuntos que pueden o no ser del mismo tamaño. Denotamos a estos grupos como $A$ y $B$. Estos conjuntos representan las sub-ramas en las que se puede dividir un tema. Los investigadores pertenecen sólo a uno de estos grupos distinguibles por contener individuos que presentan un interés por un tema en específico, por ejemplo, los científicos que se especializan en mitigación del medio ambiente y los científicos que se especializan en socio-ecosistemas y sustentabilidad. Para simplificar, se denota el interés del individuo $i$ como $t(i) \in \{a, b.\}$, sea $n_a$ la cardinalidad del grupo de científicos de interés $A$ y $n_b$ la cantidad de individuos en el conjunto de investigadores de interés $B$. Entonces tenemos que $n = n_a$+$n_b$.

Ahora considere una red que se forma entre los $n$ investigadores que deciden con quien colaborar en un periodo. Una red se representa por un grafo donde cada nodo es un investigador, diremos que hay colaboración entre científicos si se forma un vínculo entre dos nodos. Denotamos este grafo como $g$, a $g_{ij}$=1 si hay un vínculo entre $i$ y $j$, y a $g_{ij} = 0$ si no lo hay. Al conjunto de todas las redes que se pueden formar en el conjunto N de todos los científicos lo denotamos por $g^N$. El grado promedio de conexión es la cantidad de vínculos promedio que tienen los individuos en la red. Cada uno de los investigadores tiene la misma función de utilidad sobre la red que se denota como $u_i(g)$ y tiene la siguiente forma funcional:

$$u_i(g) = \sum_{j:g_{ij}=1} [\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_j} + \frac{1}{d_i d_j}] + \sum_{k:g_{ik}=1, t(i)=t(k)} [\frac{e}{d_i d_k}] \tag{3.1}$$

Donde $d_i$ es el número de científicos con los que colabora el científico $i$, $d_j$ es el número de investigadores con los que colabora el socio del investigador $i$, $d_k$ es el número de investigadores con los que colabora el socio del investigador $i$ pero en este caso el investigador $k$ trabaja en el mismo tema que $i$. De este modo los investigadores $k$ son un subconjunto de los investigadores $j$ y en ocasiones puede coincidir que sean el mismo conjunto. Por último, $e$ es un parámetro que potencia la sinergia por colaborar con alguien que trabaja en un tema similar. Se supone que los científicos tienden a querer relacionarse más con científicos que pertenecen a su mismo grupo debido a que tener el mismo tema puede representar ventajas con respecto a alguien de distinto tema. Por ejemplo, es posible que dos investigadores que trabajan en el mismo tema se puedan entender mejor y por tanto hacer retroalimentaciones más completas. Este efecto lo captura el último término, donde la sinergia se ve aumentada por $e$ a causa de ser del mismo tipo. Al igual que en (Jackson y Wolinsky, 1996), las nociones que se usarán para la formación de las redes en las que se está interesado son las definiciones de eficiencia y estabilidad por pares.

Red eficiente: Una red $g$ es eficiente si $\sum u_i(g) \geq \sum u_i(g\prime)$ para toda $g\prime \subset g^N$ .

Red estable por pares: Un grafo es estable por pares con respecto a $u$ si se cumplen las siguientes dos condiciones

1)Para todo $i$ y $j$ tales que $g_{ij} = 1$ se tiene que $u_i(g) > u_i(g - ij)$ y $u_j(g, v) > u_j(g - ij)$.

2)Para todos $i$ y $j$ tal que $g_{ij} = 0$ tenemos que si $u_i(g) < u_i(g + ij)$ entonces $u_j(g) > u_j(g + ij)$.

Cada científico $i$ tiene un tiempo limitado para destinar a colaborar con otros científicos, por lo que cada colaboración adicional de $i$ reduce el beneficio de cada colaborador que participe un proyecto con $i$. Este efecto indirecto sobre la utilidad del colaborador es debido a que el científico $i$ invierte menos tiempo en cada proyecto. Entonces la sinergia entre los colaboradores se debilita ya que la utilidad que un investigador deriva de una colaboración es menor a medida que los científicos se involucran en más proyectos. De este modo, las acciones que un investigador ejerza, en particular el número de proyectos en los que se involucre va a tener repercusiones sobre la utilidad de los colaboradores de $i$, y además tendrá repercusiones sobre la utilidad de $i$ pues al maximizar su utilidad deberá tomar en cuenta los beneficios y perdidas en sinergia. A continuación, se muestra la sección de resultados donde se puede encontrar evidencia de esto.

# Capítulo 4

# Resultados

## 4.1 Eficiencia

Para el análisis de las redes eficientes, al tratar de maximizar la utilidad de la misma manera que en el modelo del coautor surgieron consideraciones referentes a la cardinalidad de los conjuntos $A$ y $B$. En el modelo del coautor la red eficiente es caracterizada para un conjunto con cardinalidad par. En el modelo propuesto, esto abre dos posibilidades. Un número par puede ser la suma de dos números pares o la suma de dos números impares. El segundo caso se presenta en la proposición 2 cuya demostracion puede ser encontrada en el apéndice. También se logra la proposición 3, que es una caracterización de redes eficientes cuando la cantidad de individuos es impar. La prueba para esta proposicion tambien puede ser encontrada en el apéndice.

**Proposicion 1**: Sea $n$ un número par donde $n_a$ y $n_b$ son números pares. Entonces la red eficiente está formada por $\frac{n}{2}$ pares disconexos de investigadores con el mismo tema de interés.

**Prueba de la proposición 1**.

Para obtener la utilidad agregada hay que encontrar la suma de la utilidad de todos los investigadores $i$ que formen parte de la red.

$$\sum_i u_i(g) = \sum_i \sum_{j:g_{ij}=1}[\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_j} + \frac{1}{d_i d_j}] + \sum_i \sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{d_i d_k}] \tag{4.1}$$

Hay que notar que bajo el supuesto de que la homofilia en tema de interés es un potenciador de la sinergia es necesario encontrar las utilidades que derivan los investigadores del interés A y la utilidad que derivan los investigadores de interés B por separado.

$$\sum_i u_i(g) = \sum_{i:t(i)=A} \sum_{j:g_{ij}=1}[\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_j} + \frac{1}{d_i d_j}] + \sum_{i:t(i)=A}\sum_{k:g_{ik}=1}[\frac{e}{d_i d_k}] + \sum_{i:t(i)=B}\sum_{j:g_{ij}=1}[\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_j} + \frac{1}{d_i d_j}] + \sum_{i:t(i)=B}\sum_{k:g_{ik}=1}[\frac{e}{d_i d_j}]$$

Siguiendo la estrategia que se sigue en el modelo del coautor la utilidad agregada se maximiza cuando se minimizan los grados para todo $j$ y todo $i$. Esto se debe a que hay mantener el efecto de la externalidad al mínimo ya que cuando los individuos agregan más vínculos la adición de utilidad de un vínculo más se ve superada por la pérdida a causa de la externalidad.

$$\sum_i u_i(g) \leq 2n_a + \sum_{i:t(i)=A}\sum_{j:g_{ij}=1}[\frac{1}{d_i d_j}] + 2n_b + \sum_{i:t(i)=B}\sum_{j:g_{ij}=1}[\frac{1}{d_i d_j}] + \sum_{i:t(i)=A}\sum_{k:g_{ik}=1}[\frac{e}{d_i d_k}] + \sum_{i:t(i)=B}\sum_{k:g_{ik}=1}[\frac{e}{d_i d_k}]$$

$$\sum_i u_i(g) \leq 3n_a + 3n_b + \sum_{i:t(i)=A}\sum_{k:g_{ik}=1}[\frac{e}{d_i d_k}] + \sum_{i:t(i)=B}\sum_{k:g_{ik}=1}[\frac{e}{d_i d_k}]$$

La manera en la que se maximiza la expresión anterior es aprovechando al máximo el plus que brinda la homofilia sobre el término de sinergia. Entonces los investigadores van a unirse a otros investigadores similares. De igual forma se minimizan los grados de cada investigador $i$ y $k$.

$$\sum_i u_i(g) \leq 3n_a + 3n_b + en_a + en_b$$

$$\sum_i u_i(g) \leq (3+e)n_a + (3+e)n_b$$

Tras reordenar los términos, se obtiene que en la red eficiente, la utilidad agregada que se deriva es $\sum_i u_i(g) \leq (3+e)n = \frac{(6+2e)n}{2}$, la cual se corresponde con la utilidad que se deriva en una red donde todos tienen un vínculo con un investigador del mismo tema.

**Proposición 2**: Sea N par donde $n_a$ y $n_b$ son números impares entonces la red eficiente está formada por $\frac{n-2}{2}$ pares de investigadores con el mismo, y un par donde los investigadores tienen intereses en tema distintos.

**Proposición 3**: Sea N impar, ya sea porque $n_a$ es impar y $n_b$ par, o viceversa, entonces la red eficiente está formada por $\frac{n-3}{2}$ pares de individuos con el mismo tema interés y un grupo formado por 3 investigadores donde solo uno de ellos está conectado a los otros 2.

Estos resultados muestran que, si existe una forma de conseguir que la utilidad agregada sea máxima, la mejor opción es buscar que cada individuo en la red tenga sólo un vínculo aun cuando está presente la sinergia por homofilia. Entonces, que la homofilia aumente el número de conexiones promedio en las redes eficientes no será posible. También se muestra que, bajo el supuesto de que la homofilia potencia la sinergia entre los individuos, las redes socialmente óptimas para la proposición 1 y 3 están formadas por grupos de individuos que comparten el mismo tema de interés. Sin embargo, es posible comprobar que bajo ciertas condiciones la interacción entre individuos de distinto tema de interés es necesaria para que la red sea eficiente, tal como muestra la proposición 2. Adicionalmente los resultados para el caso par pueden ser extendidos a una mayor cantidad de temas. Esto confirma que el conjunto de las redes eficientes para distintas configuraciones en este modelo, está compuesto por redes que tienen un grado promedio igual a uno o muy cercano. Por lo tanto, la homofilia no tiene efecto en el grado promedio de las redes eficientes de este modelo bajo ninguna circunstancia.

## 4.2 Estabilidad

Ahora, para analizar la estabilidad de las redes en este modelo cabe mencionar el documento escrito por (Buechel y Hellmann, 2012). Uno de sus resultados es que una red estable cuando hay externalidad negativa tiende a estar sobre conectada en relación con las redes eficientes. Ya que las redes eficientes en este modelo tienen un grado promedio de conexión bajo y que la función de utilidad presenta una externalidad negativa es posible que caracterizar redes estables para este modelo dejaría como resultado una red donde el grado promedio es mayor al que hay en redes eficientes. Sin embargo, la siguiente proposición abre la posibilidad de que la introduccion de homofilia en tema de interés tenga efectos sobre el grado promedio de las redes estables para este modelo.

**Proposición 4**: Suponga que $n_a \geq 2$ y $n_b \geq 2$. Sea la red $g$ compuesta por grupos disconexos del mismo tamaño. Si los individuos están conectados entre sí totalmente y los grupos están integrados por individuos con el mismo tema de interés, entonces, existe un umbral $e_0$ para el parámetro de potenciacion por homofilia $e$, tal que si $e > e_0$, la red es estable.

**Prueba de la proposición 4**

Un factor importante para saber cuando una red es estable es encontrar los grados del investigador $i$ y del investigador $j$ para los cuales hay incentivos a formar un vínculo. Tanto de interés similar como de interés distinto. Para esto es necesario encontrar las condiciones para las que los individuos tienen una utilidad mayor al agregar un vinculo mas que al quedarse con los vínculos que ya ha formado. Esto deja las siguientes dos desigualdades.

$$\sum_{j:g_{ij}=1}\left[\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_j}+\frac{1}{(d_i+1)d_j}\right]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}\left[\frac{e}{(d_i+1)d_k}\right]+\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_s+1}+\frac{1+e}{(d_i+1)(d_s+1)} >$$
$$\sum_{j:g_{ij}=1}\left[\frac{1}{d_i}+\frac{1}{d_j}+\frac{1}{d_i d_j}\right]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}\left[\frac{e}{d_i d_k}\right]$$

$$\sum_{j:g_{ij}=1}\left[\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_j}+\frac{1}{(d_i+1)d_j}\right]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}\left[\frac{e}{(d_i+1)d_k}\right]+\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_f+1}+\frac{1}{(d_i+1)(d_f+1)} >$$
$$\sum_{j:g_{ij}=1}\left[\frac{1}{d_i}+\frac{1}{d_j}+\frac{1}{d_i d_j}\right]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}\left[\frac{e}{d_i d_k}\right]$$

En estas desigualdades se representan las condiciones que se deben cumplir para que un individuo quiera conectarse a un individuo similar con grado $d_s$ o a un individuo distinto con grado $d_f$. Tras diversos pasos algebraicos, que pueden ser encontrados en el apéndice, se llega a las desigualdades (4.2) y (4.3).

$$\frac{d_i+2+e}{d_s+1} > \frac{1}{d_i}[\sum_{j:gij=1} \frac{1}{d_j} + \sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)} \frac{e}{d_k}] \tag{4.2}$$

$$\frac{d_i+2}{d_f+1} > \frac{1}{d_i}[\sum_{j:gij=1} \frac{1}{d_j} + \sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)} \frac{e}{d_k}] \tag{4.3}$$

Ahora, si suponemos que $d_i = d_s$ en el caso de la desigualdad (4.2), se obtiene que va a existir un umbral de $e$, de tal modo que si $e > e_0$, los individuos no desearan formar un vínculo más. Para exhibir este valor de $e$, suponga que todos los individuos que están conectados a $i$ o quieren conectarse, tienen el mismo grado de conexión, y que $e > e_0$, esto implica la desigualdad (4.4).

$$\frac{d_i+2+e}{d_i+1} < \frac{1}{d_i}[\sum_{j:gij=1} \frac{1}{d_i} + \sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)} \frac{e}{d_i}] \tag{4.4}$$

Si todos en la red están conectados solo a individuos similares, se tiene que la cardinalidad del conjunto de investigadores $j$ es la misma que la cardinalidad del conjunto de investigadores $k$. Además, como máximo la cardinalidad del conjunto de investigadores $j$ puede ser igual a $d_i$ por lo que se tiene lo siguiente.

$$\frac{d_i+2+e}{d_i+1} < \frac{1}{d_i}[\frac{1}{d_i}\sum_{j:gij=1} 1 + \frac{e}{d_i}\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)} 1]$$

$$\frac{d_i+2+e}{d_i+1} < \frac{1}{d_i}[\frac{d_i}{d_i} + \frac{ed_i}{d_i}]$$

Como resultado se tiene la siguiente desigualdad.

$$\frac{d_i+2+e}{d_i+1} < \frac{1}{d_i}[1+e]$$

Reordenando términos, se obtiene una desigualdad con una forma que permite aplicar métodos para encontrar el umbral de $e$.

$$d_i^2+d_i-(1+e)<0$$

Usando la fórmula general se puede encontrar que si $d_i$ es tal que cumple la siguiente desigualdad, los individuos no tienen incentivos a formar más vínculos.

$$d_i < \frac{-1+\sqrt{1+4(1+e)}}{2}$$

Igualando a cero la desigualdad anterior y despejando a $e$, se obtiene que el valor umbral $e_0$ es.

$$e_0 = \frac{(2d_i+1)^2-5}{4} \tag{4.5}$$

Entonces, si todos los individuos conectados a $i$ tienen el mismo grado e interés y si $e > e_0$. Los investigadores no tienen incentivos a buscar vínculos con individuos similares. Para mostrar que tampoco tiene incentivos a buscar vínculos con individuos diferentes, solo hace falta notar lo siguiente.

$$\frac{d_i+2}{d_i+1} < \frac{d_i+2+e}{d_i+1} < [1+e] \text{ entonces } \frac{d_i+2}{d_i+1} < 1+e$$

Esto quiere decir que la utilidad de los investigadores si $e > e_0$, es mayor cuando el investigador no hace un vínculo más, ya sea con investigadores similares, ecuación (4.6), o diferentes, ecuación (4.7). Es importante notar que estas ecuaciones son las desigualdades que se plantearon al principio añadiendo el supuesto de que los individuos en la red que estan conectados entre si o quieren conectarse tienen el mismo grado.

$$\sum_{j:g_{ij}=1}\left[\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_i}+\frac{1+e}{d_id_i}\right]+\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_i+1}+\frac{1+e}{(d_i+1)(d_i+1)} < \sum_{j:g_{ij}=1}\left[\frac{1}{d_i}+\frac{1}{d_i}+\frac{1+e}{d_id_i}\right] \tag{4.6}$$

$$\sum_{j:gij=1}\left[\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_i}+\frac{1}{d_id_i}\right]+\sum_{k:g_{ik}=1}\left[\frac{e}{(d_i+1)d_i}\right]+\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{(d_i+1)(d_i+1)} < \tag{4.7}$$

$$\sum_{j:gij=1}\left[\frac{1}{d_i}+\frac{1}{d_i}+\frac{1+e}{d_id_i}\right]$$

Hace falta observar que, cuando los investigadores están vinculados a investigadores con el mismo grado y tema de interés, se tiene que la utilidad que deriva este investigador $i$ (ecuación

(4.8)) siempre es mayor que la utilidad de este investigador $i$ de romper uno de sus vínculos (ecuación (4.9)). Por lo tanto, los investigadores con el mismo grado que estén unidos, no tienen incentivos a romper vínculos.

$$u_i(g) = \sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1+e}{d_i d_i}] = 2 + \tfrac{1+e}{d_i} \tag{4.8}$$

$$u_i(g - ij_1) = \sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{d_i-1} + \tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1+e}{(d_i-1)d_i}] = 2 + \tfrac{1+e}{d_i} - \tfrac{1}{d_i} \tag{4.9}$$

Esto implica que un conjunto de las redes estables en este modelo está formado por grupos disconexos de individuos con el mismo interés que están totalmente conectados entre sí. Solo hace falta encontrar cual es el número máximo de individuos que hay en estos grupos. Derivando la función de $e$ con respecto al grado $d_i$, se obtiene un resultado positivo. Por lo tanto, dado que $e$ es un parámetro exógeno, si $l$ es el grado máximo que los grupos pueden tener para que la red sea estable, entonces va a estar determinado por la desigualdad $l < \frac{-1+\sqrt{1+4(1+e)}}{2}$, donde el grado $l$ que se permite para que la red sea estable es creciente en el parámetro $e$.

Esto implica que el parámetro $e$ de potenciación por homofilia juega un papel importante en el grado promedio de las redes estables puesto que un $e$ mayor permite que los grupos de individuos en las redes tengan mas integrantes por lo que tenderían a un grado promedio alto, por otro lado las redes estables para valores bajos de $e$ forzosamente tendrán un grado promedio bajo.

**Ejemplo**: En la red eficiente de la proposición 1, dadas las características similares de cada una de las parejas todos los individuos en la red están conectados a investigadores similares. También en cada de una de las parejas tienen el mismo grado. Por lo tanto, esta red cumple las características de la proposición 3. Es fácil comprobar que la utilidad que deriva cualquier individuo en esta red es $u_i(g) = 3 + e$, mientras que la que derivaría de unirse a un individuo es $u_i(g+ij) = 3.25 + \frac{3e}{4}$. Además, esto es válido también para la utilidad del individuo con el que se conecta ya que $u_i(g) = u_j(g)$ y $u_i(g+ij) = u_j(g+ij)$.

Entonces, sea $g$ como se define en la proposición 1, se observa que $u_i(g-ij) = u_j(g-ij) = 0$ la cual es claramente menor que $u_i(g)$ y $u_j(g)$ respectivamente. Para la segunda condición vemos que al unir un vínculo más de cualquier par de individuos que no estén conectados en la red $g$, los dos individuos que forman el vínculo derivan $3.25 + \frac{3e}{4}$. Entonces para que esta red sea estable, hay que buscar valores para $e$ tales que $3 + e > 3.25 + \frac{3e}{4}$. Tras unos cálculos se tiene, que mientras que se mantenga $e > 1$, se va a mantener que $3 + e > 3.25 + \frac{3e}{4}$. Solo hace falta notar que la utilidad del individuo $i$ cuando se une a alguien diferente es $u_i = 3.25 + \frac{e}{2}$, que siempre es menor que $3 + e$ para $e > 1$. Por lo tanto, estos individuos no tienen incentivos a relacionarse.

Este análisis nos permite concluir que, en la red $g$ de la proposición 1 cuando $e$ es lo suficientemente grande, los individuos no tienen incentivos para romper o formar vínculos. La razón de esto es que, a medida que $e$ se hace más grande, la perdida marginal por añadir un vínculo más aumenta, de modo que lo que el investigador pierde en sinergia, es mayor a lo que gana adicionalmente por un vínculo. Esto quiere decir que la introducción del supuesto de que la homofilia en el tema de interés potencia la sinergia entre dos individuos tiene como consecuencia que el individuo decida reducir al mínimo su interacción con otros con la intención de poder aprovechar mejor la adición de utilidad que brinda la sinergia causada por trabajar con alguien del mismo tema. Sin embargo, cabe resaltar que, al contrario de los textos en la literatura, en este modelo el efecto de reducir el grado promedio de las redes estables no es directamente provocado por la homofilia. En este caso el efecto que tiene la homofilia es sobre la sinergia y es esta la que en última instancia reduce el número de vínculos que un individuo está dispuesto a formar.

Las observaciones anteriores muestran que la fuerza de la sinergia por homofilia presenta propiedades para lidiar con el conflicto entre el grado promedio de las redes estables y eficientes. Se ha mostrado que las redes eficientes de bajo grado promedio de conexión en este modelo pueden ser estables para valores relativamente altos de potenciación de la sinergia. Se observa que mientras el grado de los individuos en la red sea el mismo, es posible garantizar la estabilidad de las redes eficientes en este modelo para el caso par.

Esto parecería no concordar con los resultados obtenidos por (Buechel y Hellmann, 2012), pues este modelo simplemente es una modificación de la función de utilidad del modelo del coautor. Sin embargo, es posible que la introducción del parámetro de homofilia haga que la función de utilidad propuesta no encaje con los supuestos de los resultados enunciado en este documento. La razón de esto puede ser que, mientras que en la función sin homofilia, la ganancia marginal de añadir un vínculo más es superior a lo que se pierde en sinergia por la adición de este vínculo. En el modelo con homofilia para valores altos de $e$ la sinergia que se crea entre los individuos es mayor que la adición de utilidad que da formar un nuevo vinculo. Esto quiere decir que los individuos querrán aprovechar la adición de utilidad que da la homofilia por tema de interés a traves de la sinergia y esto tiene como consecuencia que emerjan redes estables con bajo grado promedio donde la externalidad negativa se minimiza.

# Capítulo 5

# Conclusiones

Los resultados obtenidos implican que entre mayor sea la potenciación de homofilia por tema de interés en la sinergia más reservados serán los individuos en las redes estables con respecto a formar nuevos vínculos si estan unidos a personas que les brindan el mismo tiempo que estan dispuestos a invertir y por lo tanto para valores altos de $e$ las redes eficientes pueden ser estables.

Estos resultados responden las preguntas planteadas, pues se observa que la introducción de homofilia no tiene efecto sobre el grado promedio de redes eficientes. Cada una de las redes eficientes que emergieron en este modelo tienen grado promedio igual a uno o muy cercano para todos los valores de $e$. En cambio, para el caso de redes estables, la potenciación de la sinergia por homofilia juega un papel decisivo, pues en este modelo regula la cantidad de individuos que pueden unirse en un grupo. Por lo tanto, la sinergia por homofilia en el tema de interés es un fenómeno que afecta el grado promedio de las redes estables de este modelo a traves de la sinergia que se crea en una colaboración.

# Apéndice A

# Anexo I: Demostración de la proposición 2 y proposición 3

**Prueba de la proposición 2**

De manera análoga a la prueba de la proposición 1, se comienza por encontrar la utilidad agregada en la red, y luego dividirla en la utilidad de los individuos con el interés A y la utilidad de los individuos del interés B.

$$\sum_i u_i(g) = \sum_i \sum_{j:g_{ij}=1} [\tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1}{d_j} + \tfrac{1}{d_i d_j}] + \sum_i \sum_{k:g_{ik}=1} [\tfrac{e}{d_i d_k}]$$

$$\sum_i u_i(g) = \sum_{i:t(i)=A}^{n_a-1} \sum_{j:g_{ij}=1} [\tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1}{d_j} + \tfrac{1}{d_i d_j}] + \sum_{i:t(i)=A}^{n_a-1} \sum_{k:g_{ik}=1} [\tfrac{e}{d_i d_k}] +$$

$$\sum_{i:t(i)=B}^{n_b-1} \sum_{j:g_{ij}=1} [\tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1}{d_j} + \tfrac{1}{d_i d_j}] + \sum_{i:t(i)=B}^{n_b-1} \sum_{k:g_{ik}=1} [\tfrac{e}{d_i d_k}] + \sum_{i:t(i)\neq t(j)}^{2} \sum_{j:g_{ij}=1} [\tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1}{d_j} + \tfrac{1}{d_i d_j}]$$

Luego, para seguir con la estrategia de minimizar los denominadores, y haciendo que los individuos se unan a individuos con interés similar, se tiene que un individuo de cada tema de interés se quedara solo.

$$\sum_i u_i(g) \leq 3(n_a - 1) + 3(n_b - 1) + e(n_a - 1) + e(n_b - 1) + \sum_{i:t(i)\neq t(j)}^{2} \sum_{j:g_{ij}=1} \tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1}{d_j} + \tfrac{1}{d_i d_j}$$

Solo hace falta darse cuenta que hacer pareja entre los dos individuos que quedaron es la opción que maximiza la utilidad agregada.

$$\sum_i u_i(g) \leq (3+e)(n_a - 1) + (3+e)(n_b - 1) + \sum_{i:t(i)\neq t(j)}^{2} \sum_{j:g_{ij}=1} \tfrac{1}{d_i} + \tfrac{1}{d_j} + \tfrac{1}{d_i d_j}$$

$$\sum_i u_i(g) \leq (3+e)(n_a-1+n_b-1)+6$$

Por último, solo falta observar que esta utilidad se corresponde con la utilidad que derivarían los individuos en una red compuesta por $\frac{n-2}{2}$ pares de individuos con el mismo tema de interés y uno de individuos con distinto tema de interés.

$$\sum_i u_i(g) \leq (3+e)(n-2)+6 = \frac{(6+2e)(n-2)}{2}+6$$

**Prueba de la proposición 3**

Hay que darse cuenta que en esta ocasión para usar la estrategia de minimizar los denominadores hay que tomar en cuenta que un individuo quedaría sin pareja o deshacer una pareja. Esto quiere decir que en el grupo de cardinalidad impar hay tres individuos que tendrán una utilidad diferente. De este modo la utilidad agregada dividida en las utilidades de individuos de interés A e individuos de interés B es

$$\sum_i u_i(g) = \sum_{i:t(i)=A}^{n_a-3} \sum_{j:g_{ij}=1} [\tfrac{1}{d_i}+\tfrac{1}{d_j}+\tfrac{1}{d_i d_j}] + \sum_{i:t(i)=A}^{n_a-3} \sum_{k:g_{ik}=1} [\tfrac{e}{d_i d_k}]$$
$$+ \sum_{i:t(i)=B}^{n_b} \sum_{j:gij=1} [\tfrac{1}{d_i}+\tfrac{1}{d_j}+\tfrac{1}{d_i d_j}] + \sum_{i:t(i)=B} \sum_{k:g_{ik}=1} [\tfrac{e}{d_i d_j}] + \sum_{i:t(i)=A}^{3} \sum_{j:g_{ij}=1} [\tfrac{1}{d_i}+\tfrac{1}{d_j}+\tfrac{1}{d_i d_j}]$$
$$+ \sum_{i:t(i)=A}^{3} \sum_{k:g_{ik}=1} [\tfrac{e}{d_i d_j}]$$

Por último, un cálculo sencillo muestra que la mayor utilidad agregada que se puede obtener con tres individuos es unir a un individuo a los otros dos de tal forma que todos los individuos estén conectados a alguien con la menor cantidad de vínculos posibles.

$$\sum_i u_i(g) \leq 3(n_a-3)+3(n_b)+(n_a-3)e+n_b e+8+2e$$

$$\sum_i u_i(g) \leq (3+e)(n_a-3)+(3+e)(n_b)+8+2e$$

$\sum_i u_i(g) \leq \frac{(6+2e)(n-3)}{2}+8+2e$ Esta utilidad se corresponde con $\frac{(N-3)}{2}$ pares de individuos con el mismo interés y un grupo formado por tres individuos con el mismo tema de interés.

# Apéndice B

# Anexo II: Desarrollo de las desigualdades 4.2 y 4.3

**Procedimiento algebraico de la desigualdad para individuos similares**

$$\sum_{j:g_{ij}=1}[\tfrac{1}{d_i+1}+\tfrac{1}{d_j}+\tfrac{1}{(d_i+1)d_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\tfrac{e}{(d_i+1)d_k}]+\tfrac{1}{d_i+1}+\tfrac{1}{d_s+1}+\tfrac{1+e}{(d_i+1)(d_s+1)}$$
$$> \sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{d_i}+\tfrac{1}{d_j}+\tfrac{1}{d_id_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\tfrac{e}{d_id_k}]$$

Eliminando $\sum_{j:gij=1}\frac{1}{d_j}$ en ambos lados de la ecuación se obtiene:

$$\sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{d_i+1}+\tfrac{1}{(d_i+1)d_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\tfrac{e}{(d_i+1)d_k}]+\tfrac{1}{d_i+1}+\tfrac{1}{d_s+1}+\tfrac{1+e}{(d_i+1)(d_s+1)}$$
$$> \sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{d_i}+\tfrac{1}{d_id_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\tfrac{e}{d_id_k}]$$

Se puede notar que:

$$\sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{d_i+1}]+\tfrac{1}{d_i+1}-\sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{d_i}] \text{ es igual a } \tfrac{d_i}{d_i+1}+\tfrac{1}{d_i+1}-\tfrac{d_i}{d_i}=0$$

entonces se pueden eliminar estos términos de la ecuación anterior para obtener lo siguiente.

$$\sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{(d_i+1)d_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\tfrac{e}{(d_i+1)d_k}]+\tfrac{1}{d_s+1}+\tfrac{1+e}{(d_i+1)(d_s+1)}$$
$$> \sum_{j:gij=1}[\tfrac{1}{d_id_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\tfrac{e}{d_id_k}]$$

Reordenando los términos se tiene

$$\frac{1}{d_s+1}+\frac{1+e}{(d_i+1)(d_s+1)}> \sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_id_j}-\frac{1}{(d_i+1)d_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{d_id_k}-\frac{e}{(d_i+1)d_k}]$$

$$\frac{d_i+2+e}{(d_i+1)(d_s+1)} >[\frac{1}{(d_i+1)d_i}][\sum_{j:gij=1}\frac{1}{d_j}+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}\frac{e}{d_k}]$$

$$\frac{d_i+2+e}{d_s+1}> \frac{1}{d_i}[\sum_{j:gij=1}\frac{1}{d_j}+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}\frac{e}{d_k}]$$

**Procedimiento algebraico de la desigualdad para individuos distintos**

$$\sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_j}+\frac{1}{(d_i+1)d_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{(d_i+1)d_k}] + \frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_f+1}+\frac{1}{(d_i+1)(d_f+1)}>$$
$$\sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_i}+\frac{1}{d_j}+\frac{1}{d_id_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{d_id_k}]$$

Eliminando $\sum_{j:gij=1}\frac{1}{d_j}$ en ambos lados de la ecuación se obtiene.

$$\sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{(d_i+1)d_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{(d_i+1)d_k}]+\frac{1}{d_i+1}+\frac{1}{d_f+1}+\frac{1}{(d_i+1)(d_f+1)}$$
$$> \sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_i}+\frac{1}{d_id_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{d_id_k}]$$

Ahora se puede ver que $\sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_i+1}]+\frac{1}{d_i+1}-\sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_i}]$ es igual a $\frac{d_i}{d_i+1}+\frac{1}{d_i+1}-\frac{d_i}{d_i} = 0$, entonces podemos eliminar estos términos de la ecuación anterior para obtener.

$$\sum_{j:gij=1}[\frac{1}{(d_i+1)d_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{(d_i+1)d_k}]+\frac{1}{d_f+1}+\frac{1}{(d_i+1)(d_t+1)}>$$
$$\sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_id_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{d_id_k}]$$

Reordenando los terminos tenemos

$$\frac{1}{d_f+1}+\frac{1}{(d_i+1)(d_f+1)}> \sum_{j:gij=1}[\frac{1}{d_id_j}-\frac{1}{(d_i+1)d_j}]+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{d_id_k}-\frac{e}{(d_i+1)d_k}]$$

$$\frac{d_i+2}{(d_i+1)(d_f+1)}> [\frac{1}{(d_i+1)d_i}][\sum_{j:gij=1}\frac{1}{d_j}+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}[\frac{e}{d_k}]$$

$$\frac{d_i+2}{d_t+1}> \frac{1}{d_i}[\sum_{j:gij=1}\frac{1}{d_j}+\sum_{k:g_{ik}=1,t(i)=t(k)}\frac{e}{d_k}]$$

# Referencias


Barnett, A. H., Ault, R. W., y Kaserman, D. L. (1988). "The rising incidence of co-authorship in economics: Further evidence." *The review of Economics and statistics*, 539–543.

Boschini, A., y Sjögren, A. (2007). "Is team formation gender neutral? evidence from coauthorship patterns." *Journal of Labor Economics*, *25*(2), 325–365.

Buechel, B., y Hellmann, T. (2012). "Under-connected and over-connected networks: the role of externalities in strategic network formation." *Review of Economic Design*, *16*(1), 71–87.

Caulier, J.-F., Mauleon, A., y Vannetelbosch, V. (2013). "Contractually stable networks." *International Journal of Game Theory*, *42*(2), 483–499.

Chirita, P. A., Damian, A., Nejdl, W., y Siberski, W. (2005). "Search strategies for scientific collaboration networks." In *Proceedings of the 2005 acm workshop on information retrieval in peer-to-peer networks* (pp. 33–40).

Corbo, J., y Parkes, D. (2005). "The price of selfish behavior in bilateral network formation." In *Proceedings of the twenty-fourth annual acm symposium on principles of distributed computing* (pp. 99–107).

Currarini, S., Jackson, M. O., y Pin, P. (2009). "An economic model of friendship: Homophily, minorities, and segregation." *Econometrica*, *77*(4), 1003–1045.

Currarini, S., Matheson, J., y Vega-Redondo, F. (2016). "A simple model of homophily in social networks." *European Economic Review*, *90*, 18–39.

Ding, Y. (2011). "Scientific collaboration and endorsement: Network analysis of coauthorship and citation networks." *Journal of informetrics*, *5*(1), 187–203.

Dutta, B., y Jackson, M. O. (2000). “The stability and efficiency of directed communication networks.” *Review of Economic Design*, *5*(3), 251–272.

Fafchamps, M., Van der Leij, M. J., y Goyal, S. (2010). “Matching and network effects.” *Journal of the European Economic Association*, *8*(1), 203–231.

Freeman, R. B., y Huang, W. (2015). “Collaborating with people like me: Ethnic coauthorship within the united states.” *Journal of Labor Economics*, *33*(S1), S289–S318.

Fu, F., Nowak, M. A., Christakis, N. A., y Fowler, J. H. (2012). “The evolution of homophily.” *Scientific reports*, *2*, 845.

Gallivan, M., y Ahuja, M. (2015). “Co-authorship, homophily, and scholarly influence in information systems research.” *Journal of the Association for Information Systems*, *16*(12), 2.

Genicot, G. (2019). *Tolerance and compromise in social networks* (Tech. Rep.). National Bureau of Economic Research.

Hâncean, M.-G., y Perc, M. (2016). “Homophily in coauthorship networks of east european sociologists.” *Scientific reports*, *6*, 36152.

Iijima, R., y Kamada, Y. (2017). “Social distance and network structures.” *Theoretical Economics*, *12*(2), 655–689.

Jackson, M. O., y Van den Nouweland, A. (2005). “Strongly stable networks.” *Games and Economic Behavior*, *51*(2), 420–444.

Jackson, M. O., y Wolinsky, A. (1996). “A strategic model of social and economic networks.” *Journal of economic theory*, *71*(1), 44–74.

Kawamata, K., y Tamada, Y. (2004). “Cournot oligopoly with network formation.” , *1391*, 249–266.

König, M. D., Battiston, S., Napoletano, M., y Schweitzer, F. (2012). “The efficiency and stability of r&d networks.” *Games and Economic Behavior*, *75*(2), 694–713.

Kretschmer, H. (1997). “Patterns of behaviour in coauthorship networks of invisible colleges.” *Scientometrics*, *40*(3), 579–591.

Liu, P., Luo, S., y Xia, H. (2015). “Evolution of scientific collaboration network driven by homophily and heterophily.” *arXiv preprint arXiv:1510.07763*.

McPherson, M., Smith-Lovin, L., y Cook, J. M. (2001). “Birds of a feather: Homophily in social networks.” *Annual review of sociology*, *27*(1), 415–444.

Möhlmeier, P., Rusinowska, A., y Tanimura, E. (2016). “A degree-distance-based connections model with negative and positive externalities.” *Journal of Public Economic Theory*, *18*(2), 168–192.

Morrill, T. (2011). “Network formation under negative degree-based externalities.” *International Journal of Game Theory*, *40*(2), 367–385.

Stoica, A.-A. (2018). “Homophily in co-autorship networks.” *International Review of Social Research*, *8*(2), 119–128.

Stokols, D., Hall, K. L., Taylor, B. K., y Moser, R. P. (2008). “The science of team science: overview of the field and introduction to the supplement.” *American journal of preventive medicine*, *35*(2), S77–S89.

Tambayong, L., et al. (2007). “Dynamics of network formation processes in the co-author model.” *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, *10*(3), 2.

Xie, Z., Ouyang, Z., y Li, J. (2016). “A geometric graph model for coauthorship networks.” *Journal of Informetrics*, *10*(1), 299–311.

Zhang, C., Bu, Y., Ding, Y., y Xu, J. (2018). “Understanding scientific collaboration: Homophily, transitivity, and preferential attachment.” *Journal of the Association for Information Science and Technology*, *69*(1), 72–86.