CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

Expansión Óptima de Redes y Eficiencia Distributiva en el Sector Eléctrico

Alumno:

Luis Angel Herrera Flores

Director de Tesina:

Dr. Juan de Dios Enrique Rosellón Díaz.

A mi familia,

por ser mi gran motivación, por su paciencia y apoyo incondicional,

gracias por creer en mí.

Índice

Introducción

La transmisión de energía eléctrica posee características de monopolio natural, por lo que es reconocida como un componente del mercado eléctrico que debe ser regulado. La compañía encargada de la transmisión de la energía tiene pocos incentivos para expandir la red debido a que la congestión de la misma le brinda ingresos elevados a corto plazo. Por otro lado, la expansión de redes posee gran importancia ya que sin una eficiente expansión de transmisión, la red eléctrica podría enfrentar problemas de congestión y aumentar el costo final de energía eléctrica, afectándose no solamente al sector eléctrico sino a toda la economía.

En respuesta al problema anterior, diversos mecanismos han sido desarrollados, tal es el caso del mecanismo Hogan-Rosellón-Vogelsang (HRV), descrito en Hogan et al (2010), que combina los enfoques de mercado y regulatorio para promover la inversión en las redes eléctricas, y provee incentivos para la inversión eficiente mediante el rebalanceo intertemporal de los cargos fijo y variable de una tarifa en dos partes en el marco de un mercado al mayoreo con precios locacionales. Sin embargo la eficiencia distributiva, que podría considerarse una medida de bienestar de una población ha sido poco estudiada en la literatura y se desconocen los parámetros específicos que la afectan. Esto motiva la realización de esta investigación, que tiene como intención localizar y cuantificar efectos distributivos. Específicamente, en este trabajo se analiza por primera vez, como la elección de ciertos parámetros críticos presentes en el modelo, los ponderadores, determinan las características distributivas del mecanismo de regulación por incentivos

HRV, asimismo se presentan analíticamente los efectos de dichas variables. Lo anterior para el caso de dos nodos y una red radial.

El documento está organizado en cinco secciones. En la sección 1 se presenta una breve descripción de la literatura relacionada con el modelo estudiado. En la sección 2 se describe el mecanismo usado en la expansión de la transmisión. Posteriormente, la sección 3 muestra la aplicación del modelo HRV para el caso de una red radial en dos periodos, se usan los ponderadores más usados en la literatura, los ponderadores Ideales y los ponderadores de Laspeyres. En la sección 4 se presentan los efectos distributivos que conlleva la elección de los ponderadores, así como un ejemplo numérico. Finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones de esta investigación, entre otras cosas, se encuentra que para la red radial estudiada en este trabajo, en general, el uso de los ponderares Ideales beneficia más a la empresa dueña de la red de transmisión que a los consumidores, mientras que cuando la entidad reguladora elige los ponderadores de Laspeyres se obtiene el resultado contrario.

1. Literatura Relacionada

El mecanismo a analizar en el trabajo de tesina es propuesto por Hogan, Rosellón y Vogelsang (HRV) (2010), que combinan los enfoques mercantil y regulatorio en un entorno de generadores y cargas precio-aceptantes, obteniendo como resultado un modelo híbrido que considera el efecto de las restricciones físicas de la red así cómo la topología de la misma. Este mecanismo para la expansión de redes existentes basa su funcionamiento en la redefinición del producto ofrecido por la empresa encargada de la transmisión de energía eléctrica (Transco) en términos de derechos financieros de transmisión a largo plazo (Long-term financial transmission rights LTFTRs).

La Transco maximiza sus beneficios intertemporalmente sujeta a una restricción de precio tope sobre una tarifa en dos partes, aplicando la lógica regulatoria por incentivos de Vogelsang (2001), las variables de elección en este problema son los cargos fijos y variables. La parte fija de la tarifa puede ser considerada un cargo complementario destinado a pagar el cargo que recupera costos fijos. La parte variable de la tarifa es el precio de los FTRs, basado en los precios nodales. Mientras que el mecanismo original de Vogelsang es sólo aplicable en redes radiales, el modelo HRV es capaz de lidiar con redes con configuración mallada.

Una expansión en la red está en general destinada a la reducción de la rentas por congestión del sistema, reduciendo así el beneficio de la Transco proveniente de las subastas de FTR's. Dado el mecanismo regulatorio, la Transco puede contrarrestar la disminución de los ingresos por subastas incrementado la cuota fija. De modo similar, si la Transco disminuye la capacidad de la red, los ingresos por subastas de FTR's típicamente serán mayores debido a un nivel de congestión elevado. Sin embargo, la Transco se verá obligada a reducir el cargo fijo para que la restricción reguladora sea satisfecha.

El enfoque actúa en un modelo en dos niveles, alto y bajo. El problema de nivel alto es el problema de maximización de beneficios de la Transco sujeto a la restricción reguladora de precio tope construida a partir de ciertos ponderadores como el de Laspeyres o el Ideales propuesto en Laffont y Tirole (1996); el problema de nivel bajo consiste en un operador independiente del sistema (ISO) que busca maximizar el bienestar social dadas las restricciones de generación, capacidad y equilibrio de energía, y asegura el cumplimiento eficiente de las restricciones técnicas.

Rosellón y Weigt (2011) estudian el modelo HRV con los beneficios de la Transco sujetos a un precio tope con ponderadores de Laspeyres, luego ponen a prueba sus resultados usando una red simplificada del noroeste de Europa, concluyen que el modelo es apropiado desde los puntos de vista teórico y empírico. Muestran que su mecanismo se aproxima al óptimo de bienestar, se provee alivio de la congestión en el sistema y aumentan los beneficios de las empresas. El mecanismo puede ser aplicado de forma relativamente fácil y a un bajo costo ya que el regulador sólo necesita información mínima que es proporcionada por los precios de mercado.

En Rosellón, Myslíková y Zenón (2011) se presenta una aplicación al mecanismo, en el área de Estados Unidos conocida como PJM, región que sufre niveles críticos de congestión. Usando ponderadores de Laspeyres en la restricción reguladora, y mediante simulaciones se muestra que el incremento en la capacidad de transmisión permite la transmisión de energía de bajo costo a zonas con demanda alta y precios de generación mas elevados, los precios convergen al costo marginal de generación, las rentas por congestión decrecen y el beneficio social se incrementa.

Schill, Rosellón y Egerer (2011) estudian el desempeño de diferentes enfoques regulatorios para la expansión de redes de transmisión teniendo en cuenta patrones de demanda realistas y generación eólica fluctuante mediante su aplicación a una red de transmisión estilizada de Europa Central. Muestran que el mecanismo HRV adaptado a esta situación conduce a resultados en el bienestar muy superiores comparados a las otras alternativas al modelo. También hacen notar que los beneficios de la regulación HRV están relacionados con una parte fija de la tarifa relativamente grande. Su análisis muestra que la parte fija es mas grande que las pérdidas en la renta por congestión, resultando en un aumento sustancial en los beneficios totales de la Transco. De acuerdo a sus resultados, la Transco recibe la mayor parte de las ganancias de bienestar relacionadas con la expansión. Esto constituye una redistribución de las ganancias asociadas a la expansión en las rentas del consumidor y del productor hacia la Transco. Sugieren que este problema distributivo podría abordarse mediante una elección adecuada de ponderadores de los beneficios en el criterio de bienestar.

El problema distributivo planteado en el párrafo anterior es estudiado en Laguna (2012), en el que se suponen funciones de costos y demanda estacionarias y se estudian las propiedades distributivas del mecanismo HRV en una red radial de dos nodos, en dos periodos. Los efectos en los excedentes de cada agente son aislados y se permite que los dos usuarios de la red, generador y consumidor, paguen conjuntamente el pago fijo por la transmisión. Sus resultados muestran que los excedentes de los agentes son sensibles al factor de descuento de la firma, al nivel de precio tope, a los ponderadores en la restricción reguladora y los parámetros de las funciones de costos y demanda. Para observar explícitamente la sensibilidad de los excedentes a dichos factores, en especial a la de los ponderadores, se propone continuar el análisis haciendo uso de simulaciones.

2. El Modelo HRV

Como ya fue descrito el sección previa, el modelo HRV combina los enfoques de mercado y regulatorio en un ambiente en el que los generadores y usuarios del servicio eléctrico no tienen incidencia en la determinación de los precios de mercado. Para combinar estos dos enfoques se hace una redefinición del producto de la transmisión eléctrica en términos de los FTR's punto a punto. Un FTR es concebido como una obligación financiera del producto de la transmisión de electricidad entre dos nodos implicados. Con esta redefinición del producto de la transmisión eléctrica, se aplica el mecanismo de precios tope mediante una tarifa en dos partes. El modelo no considera la construcción de nuevas líneas de transmisión; es decir, el conjunto de nodos y líneas en la red está dado, y sólo se pueden hacer cambios en la capacidad de las líneas de transmisión eléctrica.

Matemáticamente el modelo está dividido en dos problemas, el de nivel alto y el de nivel bajo, que se resuelven simultáneamente. El problema de nivel alto consiste del problema de maximización de beneficios de la Transco que es sujeta a una restricción reguladora. El problema de nivel bajo es el de equilibrio de mercado de un mercado de electricidad mayorista con capacidades de red limitada.

2.1. Problema Alto

En el nivel alto la Transco busca maximizar sus beneficios, dada la restricción intertemporal de precio máximo:

$$\max_{k,F} \quad \pi = \sum_{t}^{T} \Big[\overbrace{\sum_{ij} \tau_{ij}^{t}(k) q_{ij}^{t}(k)}^{A} + \overbrace{F^{t} N^{t}}^{B} - \overbrace{\sum_{ij} c(k_{ij}^{t})}^{C} \Big]; \quad i \neq j \tag{1}$$

sujeto a

$$\sum_{ij} \tau_{ij}^{t}(k) q_{ij}^{w}(k) + F^{t} N^{t} \leq (1 + RPI + X) \Big[\sum_{ij} \tau_{ij}^{t-1}(k) q_{ij}^{w}(k) + F^{t-1} N^{t} \Big] \tag{2}$$

La función objetivo de este problema en T periodos cuyas variables de elección son las capacidades de las líneas k y el cargo fijo F, consta de dos fuentes de ingreso (A) y (B) y una de costos (C). El término (A) representa la renta por congestión, que está definida por las transacciones punto a punto FTR, q_{ij}^{t}, entre los nodos i y j, multiplicada por el precio de subasta τ_{ij}^{t} de los FTR. El segundo término (B) denota el cargo fijo que se cobra a los N usuarios de la red de transmisión, y el tercero (C) es el costo $c(k_{ij}^{t})$ al que se enfrenta la Transco por la expansión de las líneas de transmisión entre los nodos i y j. La restricción regulatoria se construye a partir de una tarifa máxima en dos partes, donde el regulador fija el ponderador w, esta restricción se ajusta a un factor de eficiencia X e inflación RPI. El reequilibrio de las dos partes de la tarifa garantiza que la Transco no pierda ingresos por la disminución de la renta de congestión durante la expansión de la red de transmisión.

Para no tener que trabajar explícitamente con los ingresos provenientes de las subastas de FTR's, el problema presentado en (1) y (2) puede ser simplificado como se muestra en Rosellón y Weigt (2011), de tal forma que las expresiones quedan de las siguiente manera:

$$\max_{k,F} \;\; \pi = \sum_{t}^{T} \Big[\sum_{i}^{I} (p_i^t d_i^t - p_i^t g_i^t) + F^t N^t - \sum_{ij}^{I} c(k_{ij}^t) \Big] \tag{3}$$

sujeto a

$$\sum_{i}^{I} (p_i^t d_i^w - p_i^t g_i^w) + F^t N^t \leq (1 + RPI + X) \Big[\sum_{i}^{I} (p_i^{t-1} d_i^w - p_i^{t-1} g_i^w) + F^{t-1} N^t \Big] \tag{4}$$

En esta nueva configuración, la renta por congestión y la restricción reguladora están definidas en términos de la diferencia entre los pagos de la carga $p_i d_i$ y los pagos de los generadores $p_i g_i$.

2.2. Problema Bajo

Este es un problema de maximización del bienestar social que resuelve el ISO dadas las restricciones de generación, capacidad y equilibrio de energía, en el que además se asegura el cumplimiento eficiente de las restricciones técnicas. El mercado se administra en un contexto de competencia perfecta en el que la función (inversa) de demanda $p(d)$ es lineal y el costo marginal de generación mc es constante en cada periodo t. El problema de maximización restringido para el bienestar social W es entonces:

$$\max_{d,g} \;\; W = \sum_{i,t}^{I,T} \Big[\int_0^{d_i^t} p(\tilde{d}_i^t) \mathrm{d}\tilde{d}_i^t \Big] - \sum_{i,t}^{I,T} mc_i \, g_i^t \tag{5}$$

sujeto a

$$g_i^t \leq g_i^{t,max} \qquad \forall \; i,t \tag{6}$$

$$|pf_{ij}^t| \leq k_{ij}^t \qquad \forall \; ij \tag{7}$$

$$g_i^t + q_i^t = d_i^t \qquad \forall \; i,t \tag{8}$$

La primera restricción (6) refleja que la generación g en el nodo i no puede sobrepasar la capacidad de generación máxima disponible en ese nodo g^{max}. La desigualdad (7) indica que el flujo de energía pf_{ij} entre los nodos i y j no puede exceder los límites de las líneas de transmisión k_{ij}. La última ecuación (8) expresa que la demanda d_i^t en cada nodo debe ser satisfecha por generación local g_i^t, o por la inyección neta q_i^t.

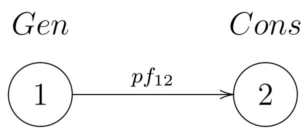
Las inyecciones netas son derivadas sumando los flujos de potencia entrantes y salientes en un nodo

$$q_i = \sum_j pf_{ij} \tag{9}$$

Del mismo modo que en Rosellón y Weigt (2011) los flujos de potencia son calculados usando el enfoque de despacho económico con una topología de redes malladas de electricidad en corriente directa (DC-Load-Flow). En el que se deben tomar en cuenta las diferencias en el ángulo de voltaje entre líneas, así como la reactancia y susceptancia de cada una de ellas.

3. Red Radial

En esta sección centraremos nuestra atención el caso de una red de transmisión con la siguiente topología



con un número fijo N de usuarios de la red de transmisión. Suponemos que en el nodo 1 sólo hay generación y en el nodo 2 sólo consumo. Para no excluir la posibilidad de que la Transco tenga diferente valoración sobre sus beneficios en cada periodo, consideraremos un factor de descuento β en su problema de maximización. Los problemas de nivel alto y bajo quedan como sigue:

3.1. Problema de Nivel Alto

La Transco maximiza sus beneficios intertemporalmente, dadas la restricción de precios impuesta por la entidad reguladora y las decisiones tomadas por la ISO en el nivel bajo, en este caso resuelve

$$\max_{k,F}\ \pi = \sum_{t=1}^{2} \beta^{t-1} \Big[(p_1^t d_1^t - p_1^t g_1^t) + (p_2^t d_2^t - p_2^t g_2^t) + F^t N - c(k_{12}^t) \Big] \tag{10}$$

sujeto a

$$p_2^1 d_2^{w1} - p_1^1 g_1^{w1} + F^1 N \leq (1 + RPI + X)(p_2^0 d_2^{w1} - p_1^0 g_1^{w1} + F^0 N) \tag{11}$$

$$p_2^2 d_2^{w2} - p_1^2 g_1^{w2} + F^2 N \leq (1 + RPI + X)(p_2^1 d_2^{w2} - p_1^1 g_1^{w2} + F^1 N) \tag{12}$$

3.2. Problema de Nivel Bajo

Para la ISO el problema de maximización de bienestar y de despacho óptimo es:

$$\max_{d,g}\ W = \sum_{t=1}^{2}\int_{0}^{d_2^t} p_2(\tilde{d}_2^t)\mathrm{d}\tilde{d}_2^t - \sum_{t=1}^{2} mc_1 g_1^t \tag{13}$$

Sujeto a las restricciones

$$g_1^t \leq g_1^{t,max} \tag{14}$$

$$|pf_{12}^t| \leq k_{12}^t \tag{15}$$

$$g_1^t + q_1^t = d_1^t \tag{16}$$

$$g_2^t + q_2^t = d_2^t \tag{17}$$

Con las inyecciones netas dadas por

$$q_1^t = \sum_j pf_{1j}^t = pf_{12}^t \tag{18}$$

$$q_2^t = \sum_j pf_{2j}^t = pf_{21}^t = -pf_{12}^t \tag{19}$$

3.3. Solución al Problema de Nivel Bajo

Dados los supuestos del problema se tiene $d_1^t = 0$ y $g_2^t = 0$, luego por (16) y (17)

$$g_1^t = -q_1^t$$

$$d_2^t = q_2^t$$

Además, de (18) y (19) concluimos que:

$$g_1^t = d_2^t = q_2^t$$

Por tanto podemos reescribir el problema de interés cómo

$$\max_{q_2^t}\ W = \sum_{t=1}^{2} \int_0^{q_2^t} p_2(\tilde{q}_2^t)\mathrm{d}\tilde{q}_2^t - \sum_{t=1}^{2} mc_1 q_2^t \tag{20}$$

sujeto a

$$q_2^t \leq g_1^{t,max} \tag{21}$$

$$q_2^t \leq k_{12}^t \tag{22}$$

Si suponemos que hay suficiente capacidad de generación en el nodo 1 y escribimos explícitamente la función inversa de demanda lineal en el nodo 2 como $p_2(d_2^t) = a - bd_2^t$, la solución al problema de nivel bajo está dada por

$$q_2^t(k_{12}^t) = \begin{cases} k_{12}^t & \text{si } k_{12}^t \leq \frac{a-mc_1}{b} \\ \frac{a-mc_1}{b} & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{23}$$

$$p_2^t(k_{12}^t) = \begin{cases} a - bk_{12}^t & \text{si } k_{12}^t \leq \frac{a-mc_1}{b} \\ mc_1 & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{24}$$

$$p_1^t = mc_1 \tag{25}$$

Observamos que a la ISO le gustaría fijar $q_2^t = \frac{a-mc_1}{b}$, pero esta decisión podría verse limitada por la capacidad k_{12}^t de la línea de transmisión.

3.4. Solución al Problema de Nivel Alto

El problema de maximización de la Transco se reescribe como

$$\max_{k,F}\ \pi = \sum_{t=1}^{2} \beta^{t-1}\Big[(p_2^t - p_1^t)q_2^t + F^t N - c(k_{12}^t)\Big] \tag{26}$$

sujeto a

$$\begin{aligned}(p_2^1 - p_1^1)q^{w1} + F^1 N &\le \gamma[(p_2^0 - p_1^0)q^{w1} + F^0 N] \qquad (27)\\ (p_2^2 - p_1^2)q^{w2} + F^2 N &\le \gamma[(p_2^1 - p_1^1)q^{w2} + F^1 N] \qquad (28)\end{aligned}$$

donde $\gamma = 1 + RPI + X$. Dado que a la Transco siempre cobrará la tarifa fija más alta posible, las restricciones siempre se cumplen con igualdad, luego a partir de (27) y (28) podemos observar que

$$\begin{aligned}F^1 N &= \gamma[(p_2^0 - p_1^0)q^{w1} + F^0 N] - (p_2^1 - p_1^1)q^{w1} \qquad (29)\\ F^2 N &= \gamma[(p_2^1 - p_1^1)q^{w2} + F^1 N] - (p_2^2 - p_1^2)q^{w2}\\ &= (\gamma)^2\Big[(p_2^0 - p_1^0)q^{w1} + F^0 N\Big] + \gamma(p_2^1 - p_1^1)(q^{w2} - q^{w1}) - (p_2^2 - p_1^2)q^{w2} \qquad (30)\end{aligned}$$

Sustituyendo en (26) los valores hallados para F^1N y F^2N, obtenemos un problema de maximización no restringido, con variables de decisión k_{12}^1 y k_{12}^t.

El paso siguiente en la resolución de este ejercicio es elegir los ponderadores a manejar y sustituir en la función objetivo de la Transco los resultados obtenidos en el nivel bajo. Los costos de extensión $c(\cdot)$ son especificados vía la función lineal $c(k_{12}^t) = ecf(k_{12}^t - k_{12}^{t-1})$, en la que asumimos un factor constante de costos por extensión ecf; dado que en general una reducción en la capacidad de una línea resulta costosa, asumiremos que $k_{12}^1 \le k_{12}^2$, es decir, permitiremos sólo expansiones en la capacidad de la red. Adicionalmente, supondremos que $q_2^0 \leq \frac{a-mc_1}{b}$ para que una expansión en la red tenga sentido. En las siguientes secciones se presenta la solución de este problema dada la elección de ponderadores de Laspeyres o ponderadores Ideales.

3.5. Ponderadores de Laspeyres

El primer tipo de ponderador que usaremos, es el de Laspeyres, que está dado por $q^w = q^{t-1}$. Usando las expresiones (26) a (30) podemos derivar el problema de interés para la Transco, que cuando usamos este ponderador es

$$\max_{k_{12}^1, k_{12}^2} \beta(p_2^2 - p_1^2)(q_2^2 - q_2^1) + (1+\beta\gamma)(p_2^1 - p_1^1)(q_2^1 - q_2^0) - \beta ecf\, k_{12}^2 - (1-\beta)ecf\, k_{12}^1 + \pi_0 \quad (31)$$

donde $\pi_0 := (\gamma + \beta\gamma^2)[(p_2^0 - p_1^0)q_2^0 + F^0 N] + ecf k_{12}^0$.

Para resolver este problema sustituiremos los resultados que encontramos al solucionar el problema de nivel bajo, dado que estos son diversos, se tendrán que tomar varios casos. El procedimiento completo para la resolución de este problema puede encontrarse en el apéndice A.

Las capacidades elegidas óptimamente en el problema de nivel alto serán:

$$k_{12}^1 = \begin{cases} \dfrac{(a - mc_1 + bq_2^0)(1+\beta\gamma) - ecf}{2b(1+\beta\gamma)} & \text{si } q_2^0 > \hat{q} \\ \dfrac{2(a - mc_1 + bq_2^0)\beta\gamma - (a - mc - ecf)\beta + 2(a - mc + bq_2^0 - ecf)}{b(4 - \beta + 4\beta\gamma)} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (32)$$

$$k_{12}^2 = \begin{cases} \dfrac{(a - mc_1 + bq_2^0)(1+\beta\gamma) - ecf}{2b(1+\beta\gamma)} & \text{si } q_2^0 > \hat{q} \\ \dfrac{(3a - 3mc + bq_2^0 - 2ecf)\beta\gamma - (a - mc - ecf)\beta + 3a - 3mc + bq_0^2 - 3ecf}{b(4 - \beta + 4\beta\gamma)} & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (33)$$

donde $\hat{q} = \dfrac{(a - mc_1)(1 + \beta\gamma) - ecf(1 + 2\beta\gamma)}{b(1 + \beta\gamma)}$.

Con los cargos fijos definidos acordemente como:

$$F^1N = \gamma[(p_2^0 - p_1^0)q_2^0 + F^0N] - (a - bk_{12}^1 - mc_1)q_2^0 \tag{34}$$

$$F^2N = (\gamma)^2\Big[(p_2^0 - p_1^0)q_1^0 + F^0N\Big] + \gamma(a - bk_{12}^1 - mc_1)(k_{12}^1 - q_2^0) - (a - bk_{12}^2 - mc)k_{12}^1 \tag{35}$$

Para este ponderador, se obtiene que en cada periodo la capacidad en la línea elegida por la Transco es inferior a la capacidad $\frac{a-mc_1}{b}$ deseada por el ISO (para más detalles ver el Apéndice A). En redes poco congestionadas ($q^0 > \hat{q}$) toda la extensión a la red se realiza en el primer periodo, en este caso, una expansión en el siguiente periodo resulta costosa en relación a los beneficios extra que se podrían obtener. A partir de (34) y (35), observamos que entre mayores sean las capacidades elegidas por la Transco mayores serán los cargos fijos que esta impone.

3.6. Ponderadores Ideales

El segundo tipo de ponderador a tratar es el ponderador ideal. El ponderador ideal q^* es el nivel de q que prevalece en el estado estacionario. Este puede ser aproximado resolviendo el problema de maximización de bienestar en el que el ISO administra adicionalmente la capacidad de las líneas de transmisión como variable de elección, es decir minimiza centralmente también los costos de expansión de red. En el caso de nuestra red radial en dos periodos, el problema antes mencionado es

$$\max_{q_2^t, k_{12}^t} \sum_{t=1}^{2} \int_0^{q_2^t} (a - b\tilde{q}_2^t)\,\mathrm{d}\tilde{q}_2^t - \sum_{t=1}^{2} mc_1 q_2^t - \sum_{t=1}^{2} ecf(k_{12}^t - k_{12}^{t-1}) \tag{36}$$

sujeto a

$$q_2^t \leq g_1^{t,max} \quad t = 1, 2 \tag{37}$$

$$q_2^t \leq k_{12}^t \quad t = 1, 2 \tag{38}$$

$$k_{12}^1 \leq k_{12}^2. \tag{39}$$

que tiene solución

$$q^* = \frac{2(a - mc_1) - ecf}{2b}. \tag{40}$$

(El procedimiento para hallar este ponderador está descrito en el apéndice B).

Para continuar con la resolución del problema de nivel alto para este tipo de ponderador nuevamente nos veremos obligados a tomar casos debido a la variedad de elecciones que se pueden tomar en el nivel bajo. Esta vez, el problema a resolver será:

$$\begin{aligned} \max_{k_{12}^t} \; (p_2^1 - p_1^1)q_2^1 - \frac{(p_2^1)(2a - 2mc_1 - ecf)}{2b} - ecfk_{12}^1 + \beta\Bigg((p_2^2 - p_1^2)q_2^2 - \\ - \frac{(p_2^2)(2a - 2mc_1 - ecf)}{2b} - ecf(k_{12}^2 - k_{12}^1)\Bigg) + \pi_0^* \end{aligned} \tag{41}$$

donde $\pi_0^* := (\gamma + \beta\gamma^2)\Big[(p_2^0 - p_1^0)q^* + F^0 N\Big] + ecfk_{12}^0$.

(El procedimiento completo de resolución de este problema puede encontrarse en el apéndice C.)

Las decisiones óptimas tomadas por la Transco son dadas por:

$$k_{12}^1 = k_{12}^2 = \frac{a - mc_1}{b} - \frac{(3 + \beta)ecf}{4b(1 + \beta)} \tag{42}$$

$$F^1N = \gamma\Big[(p_2^0 - p_1^0)q^* + F^0N\Big] - (a - bk_{12}^1 - mc_1)q^* \tag{43}$$

$$F^2N = (\gamma)^2\Big[(p_2^0 - p_1^0)q^* + F^0N\Big] - (a - bk_{12}^2 - mc_1)q^* \tag{44}$$

En este caso, la Transco elige nuevamente capacidades en la línea por debajo de las deseadas por el ISO pero que se acercan mucho a esta cantidad cuando los costos de expansión son pequeños. Estas capacidades no dependen de la congestión inicial de la red. Una vez más, se observa que entre mayores sean las capacidades en cada periodo, mayores serán los cargos fijos cobrados a los usuarios. Toda la extensión a la red se hace en el primer periodo, cuando la regulación entra en vigor.

4. Efectos Distributivos del Mecanismo HRV

Como se mencionó en la introducción, las ventajas por la expansión lograda a partir de la regulación vía el mecanismo HRV, están asociadas a un cobro de tarifas fijas altas a los usuarios de la red por parte de la Transco. En Rosellón y Weigt (2011) se sugiere que este problema puede ser controlado eligiendo los ponderadores adecuados. En esta sección, analizaremos por separado los efectos que la elección de los ponderadores por parte de la entidad reguladora tiene sobre el bienestar de los diferentes participantes de este mercado, así como sobre los cargos fijos cobrados a los usuarios de la red eléctrica. Las expresiones a analizar serán las siguientes:

Beneficios de la empresa. Son obtenidos sustituyendo los valores hallados para las capacidades en las secciones anteriores en las respectivas funciones objetivo de la Transco, estos se muestran explícitamente en la siguiente subsección.

Cargos fijos. Los cargos fijos son encontrados a partir de las restricciones reguladoras (29) y (30) al sustituir las capacidades óptimas encontradas.

Excedente del consumidor. Dados los resultados obtenidos para los diferentes ponderadores a manejar en este trabajo, tenemos que

$$q_2^t = k_{12}^t \ \ \text{y} \ \ p_2^t = a - bk_{12}^t, \quad \text{con} \ \ k_{12}^t \leq \frac{a - mc_1}{b}.$$

Entonces, el excedente del consumidor en los dos periodos es

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^{2}\Big[\int_0^{k_{12}^t}(a-bk)\mathrm{d}k-(a-bk_{12}^t)k_{12}^t\Big] &= \sum_{t=1}^{2}\Big[ak_{12}^t-b\frac{(k_{12}^t)^2}{2}-(a-bk_{12}^t)k_{12}^t\Big]\\
&= \sum_{t=1}^{2}b\frac{(k_{12}^t)^2}{2}\\
&= \frac{b((k_{12}^1)^2+(k_{12}^2)^2)}{2} \qquad (45)
\end{aligned}$$

Beneficios del productor. Ya que los productores interactuan en un ambiente de competencia perfecta, sus beneficio siempre son cero.

Lamentablemente, las expresiones que resultan al sustituir las capacidades encontradas para los dos tipos de ponderadores resultan difíciles de manejar, y en general, no pueden ser comparadas con facilidad (el lector interesado puede corroborar esta afirmación). Para superar este inconveniente, haremos una simplificación a nuestro problema, supondremos que en el periodo cero, los cargos fijos son inexistentes y que la Transco tiene la misma valoración sobre los beneficios que obtiene en cada periodo, además ignoraremos los ajustes por eficiencia e inflación; es decir supondremos $\beta = 1$ y $\gamma = 1$.

4.1. Beneficios de la Empresa

Los beneficios de la empresa dueña de la red para los diferentes ponderadores son:

Ponderadores de Laspeyres:

$$\frac{ecf^2}{8b} - \frac{(a - mc_1 - bq_2^0)ecf}{2b} + \frac{-3b^2(q_2^0)^2 + 2abq_2^0 - 2bmc_1q_2^0 + a^2 - 2amc_1 + (mc_1)^2}{2b}$$

si $q_2^0 > \hat{q}$, y

$$\frac{2ecf^2}{7b} - \frac{5(a - mc_1 - bq_2^0)ecf}{7b} + \frac{2(-5b^2(q_2^0)^2 + 3abq_2^0 - 3bmc_1q_2^0 + 2a^2 - 4amc_1 + 2(mc_1)^2)}{7b}$$

si $q_2^0 < \hat{q}$.

Ponderadores Ideales:

$$\frac{ecf^2}{2b} - \frac{2(a - mc_1 - bq_2^0)ecf}{b} + \frac{2(-abq_2^0 + bmc_1q_2^0 + a^2 - 2amc_1 + (mc_1)^2)}{b}$$

Encontremos el mayor de estos beneficios. Puede verse que si se restan los beneficios obtenidos para el ponderador ideal a los obtenidos para el ponderador de Laspeyres se obtiene:

$$-\frac{3ecf^2}{8b} + \frac{3(a - mc_1 - bq_2^0)ecf}{2b} - \frac{3(a - mc_1 - bq_2^0)^2}{2b} \tag{46}$$

si $q_0^2 > \hat{q}$, y

$$-\frac{3ecf^2}{14b} + \frac{9(a - mc_1 - bq_2^0)ecf}{7b} - \frac{10(a - mc_1 - bq_2^0)^2}{7b} \tag{47}$$

si $q_2^0 < \hat{q}$.

Observamos que la ecuación (46) puede reescribirse como

$$-\frac{3(2a - 2mc_1 - 2bq_2^0 - ecf)^2}{8b} \tag{48}$$

y la (47) como

$$-\frac{3ecf^2}{14b}-\frac{a-mc_1-bq_2^0}{7b}\Big[10(a-mc_1-bq_2^0)-9ecf\Big] \tag{49}$$

Además, si recordamos que $q_2^0<\hat{q}=\dfrac{2(a-mc_1)-3ecf}{2b}$ para q_2^0 en (47), se tiene

$$a-mc_1-bq_2^0>\frac{3}{2}ecf>ecf. \tag{50}$$

Luego (49) y (47) son expresiones negativas.

Por tanto, podemos decir que cuando se usan ponderadores Ideales la empresa dueña de la red eléctrica siempre obtiene beneficios más altos que los obtenidos si se usan ponderadores de Laspeyres.

4.2. Cargos Fijos Cobrados por la Transco.

La suma de los cargos fijos que la Transco cobra a los consumidores en los dos periodos analizados, que parecen ser el principal problema distributivo, estarán dados por las siguientes expresiones.

Ponderadores de Laspeyres

En este caso los cargos son

$$(a-mc_1-bq_2^0)q_2^0$$

si $q_2^0>\hat{q}$, y

$$\frac{3ecf^2}{49b}-\frac{(11a-11mc_1+24bq_2^0)ecf}{49b}+\frac{2(a-mc_1-bq_2^0)(3a-3mc_1+25bq_2^0)}{49b}$$

si $q_2^0 < \hat{q}$.

Ponderadores Ideales

Los cargos son

$$\frac{ecf^2}{2b} - \frac{(2a - 2mc_1 - bq_2^0)ecf}{b} + \frac{2(a - mc_1 - bq_2^0)(a - mc_1)}{b}.$$

Restando los cargos correspondientes a ponderadores Ideales a los ponderadores fijos, obtenemos:

$$-\frac{(a - mc_1 - bq_2^0 - ecf)(3a - 3mc + bq_2^0 - ecf)}{4b} \tag{51}$$

si $q_2^0 > \hat{q}$, y

$$-\frac{43ecf^2}{98b} + \frac{(87a - 87mc_1 - 73bq_2^0)ecf}{49b} - \frac{(a - mc_1 - bq_2^0)(92a - 92mc_1 - 50bq_2^0)}{49b} \tag{52}$$

si $q_2^0 < \hat{q}$.

En general, la expresión (51) puede ser positiva o negativa, aunque para valores pequeños de ecf es negativa. En cuanto a (52), puede demostrarse que es negativa, veamos. Sabemos que las variables en (52), satisfacen $q_2^0 < \hat{q}$, luego por el mismo razonamiento usado en la subsección anterior

$$a - mc_1 - bq_2^0 > ecf, \tag{53}$$

luego,

$$\begin{aligned} 92(a - mc_1) - 50bq_2^0 &> 42bq_2^0 \\ 87(a - mc_1) - 73bq_2^0 &> 14bq_2^0, \end{aligned}$$

restando la segunda desigualdad a la primera:

$$\left[92(a - mc_1) - 50bq_2^0\right] - \left[87(a - mc_1) - 73bq_2^0\right] > 28bq_2^0 > 0$$

entonces

$$\left[92(a - mc_1) - 50bq_2^0\right] > \left[87(a - mc_1) - 73bq_2^0\right]$$

Finalmente, por (53),

$$\frac{(a - mc_1 - bq_2^0)(92a - 92mc_1 - 50bq_2^0)}{49b} > \frac{(87a - 87mc_1 - 73bq_2^0)ecf}{49b}$$

Por tanto. concluímos que (52) es negativa.

Los resultados obtenidos en esta subsección, nos dicen que en una red congestionada (q_2^0 pequeño) o con costos de expansión bajos (ecf suficientemente pequeño), usar ponderadores Ideales y no de Laspeyres, llevará a la Transco a cobrar cargos fijos más elevados.

4.3. Excedente de los Consumidores

Ahora comparemos los excedentes de los consumidores para los dos tipos de ponderador. Para $\beta = 1$ y $\gamma = 1$ se tienen las siguientes expresiones para los excedentes:

Ponderadores de Laspeyres

Los excedentes son

$$\frac{(a - mc_1 + bq_2^0)^2}{4b}$$

si $q_0^2 > \hat{q}$, y

$$\frac{17ecf^2}{98b} - \frac{(23a - 23mc_1 + 12bq_2^0)ecf}{49b} + \frac{17(a - mc_1)^2 + 22bq_2^0(a - mc_1) + 10b^2(q_2^0)^2}{49b}$$

si $q_0^2 < \hat{q}$.

Ponderadores Ideales

Los excedentes serán dados por

$$b\left(\frac{a - mc_1}{b} - \frac{ecf}{2b}\right)^2.$$

De modo análogo a lo hecho anteriormente, restamos el excedente de los consumidores resultante de usar los ponderadores Ideales al excedente obtenido usando ponderadores de Laspeyres, obtenemos:

$$-\frac{(3a - 3mc_1 - ecf + bq_2^0)(a - mc_1 - ecf - bq_2^0)}{4b} \tag{54}$$

si $q_2^0 > \hat{q}$, y

$$-\frac{15ecf^2}{196b} + \frac{2(13a - 13mc_1 - 6bq_2^0)ecf}{49b} - \frac{2(a - mc_1 - bq_2^0)(16a - 16mc_1 + 5bq_2^0)}{49b} \tag{55}$$

si $q^0 < \hat{q}$.

Al igual que lo sucedido cuando analizamos los efectos de la elección de ponderadores sobre los cargos fijos, notamos que (54) puede ser negativa o positiva, pero, para valores suficientemente pequeños de ecf es negativa. Mientras que la expresión en (55) es siempre menor que cero pues,

$$16(a - mc_1) + 5bq_2^0 > 13(a - mc_1) - 6bq_2^0$$

que implica

$$\frac{2(a-mc_1-bq_2^0)(16a-16mc_1+5bq_2^0)}{49b} > \frac{2(13a-13mc_1-6bq_2^0)ecf}{49b}.$$

La conclusión en esta subsección es similar a la de la previa. En una red congestionada (q_2^0 pequeño) o con costos de expansión bajos (ecf suficientemente pequeño), el uso de ponderadores Ideales llevará a excedentes del consumidor más grandes a los conseguidos usando ponderadores de Laspeyres.

4.4. Utilidad del Consumidor

En esta subsección, supondremos que los cargos fijos son pagados en su totalidad por los consumidores, nos referiremos a la utilidad del consumidor como el excedente que le queda, después de pagar los cargos fijos cobrados por la empresa, es decir, definimos la utilidad del consumidor como su excedente menos los cargos fijos cobrados por la Transco. Para cada uno de los ponderadores obtenemos las siguientes expresiones:

Ponderadores de Laspeyres

Para este ponderador, la utilidad es

$$\frac{(a-mc_1+bq_2^0)^2}{4b} - (a-mc_1-bq_2^0)q_2^0$$

si $q_0^2 > \hat{q}$, y

$$\frac{11ecf^2}{98b} - 12\frac{(a-mc_1-bq_2^0)ecf}{49b} + \frac{60b^2(q_2^0)^2 - 22bq_2^0(a-mc_1) + 11(a-mc_1)^2}{49b}$$

si $q_0^2 < \hat{q}$.

Ponderadores Ideales

La utilidad es

$$-\frac{ecf^2}{4b}+\frac{(a-mc_1-bq_2^0)ecf}{b}-\frac{(a-mc_1)(a-mc_1-2bq_2^0)}{b}.$$

Ahora comparemos estas expresiones; restando la utilidad obtenida con ponderadores Ideales a la utilidad obtenida con ponderadores de Laspeyres se llega a:

$$\frac{ecf^2}{4b}-\frac{(a-mc_1-bq_2^0)ecf}{b}+\frac{5(a-mc_1-bq_2^0)^2}{4b} \tag{56}$$

si $q^0 > \hat{q}$, y

$$\frac{71ecf^2}{196b}-\frac{61(a-mc_1-bq_2^0)ecf}{49b}+\frac{60(a-mc_1-bq_2^0)^2}{49b} \tag{57}$$

si $q^0 < \hat{q}$.

La expresión en (56) puede reescribirse en la forma

$$\frac{1}{4b}\left[\Big(ecf-2(a-mc-bq_2^0)\Big)^2+(a-mc_1-bq_2^0)^2\right],$$

y (57) como

$$\frac{71}{196b}\left[ecf-\frac{122}{71}(a-mc_1-bq_2^0)\right]^2+\frac{11}{71b}(a-mc_1-bq_2^0)^2.$$

Ambas cantidades son positivas, entonces, el bienestar de los consumidores cuando tienen que pagar los cargos fijos a la Transco es mayor siempre cuando se usan ponderadores de Laspeyres en la restricción reguladora que cuando son usados los ponderadores Ideales.

4.5. Ejemplo Numérico

Para nuestra topología de red de dos nodos en la que se genera suficiente electricidad en el nodo 1 pero que carece de capacidad de generación en el nodo 2, consideremos lo siguiente:

- Por simplicidad, los costos marginales son iguales a cero.
- El nodo 2 tiene función de demanda $p(d_2) = 10 - d_2$.
- El precio locacional en el nodo 1 está al nivel del costo marginal y el del 2 incluye cargos por congestión debido a la falta de generación local.
- La capacidad inicial de la línea k_{12}^0 y las inyecciones netas iniciales q_2^0 son iguales a 5 MW.
- Los costos de extensión para la Transco son $k_{12}^t - k_{12}^{t-1}$.
- Se ignoran los ajustes por eficiencia e inflación dentro de la restricción reguladora.
- La Transco tiene la misma valoración sobre sus beneficios en los dos periodos considerados.

Introduciendo estos datos en nuestro modelo, y para algunas variaciones de β y γ se obtienen los resultados resumidos en la siguientes tablas, donde P.L. denota los valores obtenidos para los ponderadores de Laspeyres y P.I. los encontrados para los ponderadores Ideales.

Cargos Fijos

γ		β: 1	0.9	0.8
	1.1	P.L. 35.5549	P.L. 35.5433	P.L. 35.5306
		P.I. 100.2250	P.I. 99.9750	P.I. 99.6972
	1	P.L. 27.0000	P.L. 27.0000	P.L.27.0000
		P.I. 85.5000	P.I. 85.2500	P. I. 84.9722
	0.9	P.L. 18.9253	P.L. 18.9395	P.L. 18.9549
		P.I. 71.7250	P.I. 71.4750	P.I. 71.1972

Excedente del Consumidor

γ		β: 1	0.9	0.8
	1.1	P.L. 56.7977	P.L. 56.7808	P.L. 56.7622
		P.I. 90.2500	P.I. 90.0001	P.I. 89.7229
	1	P.L. 56.5000	P.L. 56.5000	P.L. 56.5000
		P.I. 90.2500	P.I. 90.0001	P.I. 89.7229
	0.9	P.L. 56.1672	P.L. 56.1882	P.L. 56.2109
		P.I. 90.2500	P.I. 90.0001	P.I. 89.7229

Excedente del Consumidor - Cargos Fijos

		β		
		1	0.9	0.8
γ	1.1	P.L. 21.2427	P.L. 21.2374	P.L. 21.2310
		P.I. -9.9750	P.I. -9.9748	P.I. -9.9742
	1	P.L. 29.5000	P.L. 29.5000	P.L. 29.5000
		P.I. 4.7500	P.I. 4.7501	P.I. 4.7507
	0.9	P.L. 37.2418	P.L. 37.2486	P.L. 37.2559
		P.I. 18.5250	P.I. 18.5251	P.I. 18.5257

Beneficios de la Empresa

		β		
		1	0.9	0.8
γ	1.1	P.L. 69.3513	P.L. 65.5661	P.L. 61.7809
		P.I. 100.2250	P.I. 99.4778	P.I. 93.7313
	1	P.L. 61.0000	P.L. 57.8000	P.L. 54.6000
		P.I. 90.5000	P.I. 85.7503	P.I. 81.0013
	0.9	P.L. 53.1515	P.L. 50.4862	P.L. 47.8210
		P.I. 76.7250	P.I. 72.8778	P.I. 69.0313

Se observa que, para las diferentes combinaciones de β y γ analizadas, se presentan las mismas características descritas en las subsecciones previas, los cargos fijos, el excedente del consumidor, y los beneficios de la empresa son más altos para ponderadores Ideales que para Laspeyres, pero si los consumidores tienen que pagar en su totalidad los cargos fijos, los ponderadores de Laspeyres dan al consumidor una utilidad mucho más grande a la dada por los ponderadores Ideales.

Los valores hallados para este ejemplo muestran poca sensibilidad ante variaciones del factor de descuento β, pero parece ser que variaciones en γ que representan los ajustes por eficiencia e inflación tienen un efecto significativo sobre los indicadores de bienestar analizados; una investigación posterior a este trabajo parece pertinente dado que, como ya se mencionó, en la literatura relacionada con el mecanismo HRV, generalmente se hace la simplificación $\gamma = 1$ y $\beta = 1$.

5. Conclusiones

En este trabajo se analizan los efectos distributivos que conlleva la elección de ponderadores para el mecanismo HRV de expansión de redes de transmisión eléctrica, en el que la generación de electricidad ocurre en un ambiente de competencia perfecta. El modelo está basado en una compañía encargada de la transmisión (Transco) que maximiza sus beneficios intertemporalmente estando sujeta a regulación, un mercado mayorista de generación con precios locaciones y en subastas de derechos financieros de transmisión (FTR). A partir del uso de ciertos ponderadores, una entidad reguladora fijará un esquema de tipo precio máximo a la tarifa en dos partes cobrada por la Transco. Las restricciones reguladoras permiten el rebalanceo de las partes fija y variable de la tarifa para permitir a la Transco preservar su bienestar cuando las rentas por congestión disminuyen debido al incremento en la capacidad de las líneas de transmisión. El modelo también considera las acciones de un operador independiente del sistema (ISO) que coordina la generación y transmisión con el fin de maximizar el bienestar social. El propósito de este mecanismo es incrementar la capacidad de las líneas de transmisión congestionadas, permitiendo la transmisión de energía desde zonas con bajo costo de generación hacia zonas con alta demanda y costos de generación elevados.

En la literatura, el mecanismo HRV ha sido ampliamente estudiado, se ha llegado a la conclusión de que es apropiado desde los puntos de vista teórico y empírico y se ha puesto a prueba en múltiples zonas geográficas. Sin embargo, su eficiencia distributiva ha sido poco estudiada y se desconocen los parámetros que la afectan.

Es en este contexto que el presente trabajo analiza cómo se afecta el bienestar de los participantes de un mercado con una red estilizada, radial en dos periodos, al elegir entre los ponderadores de Laspeyres y los Ideales.

Al solucionar el problema de nivel bajo, se observa que para los dos tipos de ponderador, las capacidades en la única línea de transmisión elegidas por la Transco, serán insuficientes para alcanzar el máximo nivel de bienestar social deseado por el ISO. Después, al resolver el problema de nivel alto, la comparación entre las distintas expresiones que reflejan el bienestar de los distintos agentes resulta compleja, debido a la intrincada interacción de parámetros y variables. Sin embargo, asumiendo que la Transco tiene la misma valoración sobre sus beneficios en los dos periodos y prescindiendo de los ajustes por inflación y eficiencia (al igual que en la gran mayoría de los estudios y aplicaciones citados), se encuentra que los beneficios para la Transco siempre serán mayores cuando se eligen ponderadores Ideales a cuando se opta por los ponderadores de Laspeyres. Se encuentra que si la red no está poco congestionada o que si el costo por expansión de la red es suficientemente bajo, usando ponderadores Ideales se obtendrán excedentes del consumidor y cargos fijos mayores que cuando se usan ponderadores de Laspeyres. Aunque este último resultado parece no ser concluyente, cuando los cargos fijos son cobrados en su totalidad a los consumidores, la utilidad de los mismos cuando se toman ponderadores de Laspeyres será siempre mayor a la obtenida usando ponderadores

Ideales sin importar la magnitud de los costos de expansión o el nivel de congestión en la línea. Estos efectos podrían deberse a que cuando se usan ponderadores Ideales, estos no se actualizan para cada periodo de regulación, ante esta situación, se esperaría que la firma tome ventaja para llevarse una renta mayor.

El ejemplo numérico presentado en la última sección, sugiere que los resultados obtenidos bajo nuestra simplificación sobre la valoración de la Transco de sus ingresos y los ajustes por eficiencia e inflación se mantienen cuando se levanta este supuesto. Sin embargo, la variación sobre el factor de ajuste de inflación y eficiencia, parece tener efectos significativos sobre los indicadores de bienestar de los agentes que hemos estudiado, se recomienda examinar con mayor cuidado estos efectos en un trabajo posterior, ya que en la mayoría de los estudios relacionados con el mecanismo HRV, ignorar el factor de ajuste en cuestión es una simplificación común.

Finalmente, puede entonces decirse que si se busca beneficiar a la Transco deberían tomarse los ponderadores Ideales, pero si se está más interesado en el bienestar de los consumidores, el regulador debería entonces elegir los ponderadores de Laspeyres.

Apéndices

A. Solución al Problema de Nivel Alto.

Ponderadores de Laspeyres

El primer tipo de ponderador usado en este trabajo, fue el de Laspeyres, que está dado por $q^w = q^{t-1}$. Usando las expresiones (26) a (30) podemos derivar el problema de interés para la Transco, que cuando usamos este ponderador es

$$\max_{k_{12}^1, k_{12}^2} \beta(p_2^2 - p_1^2)(q_2^2 - q_2^1) + (1+\beta\gamma)(p_2^1 - p_1^1)(q_2^1 - q_2^0) - \beta ecf\, k_{12}^2 - (1-\beta)ecf\, k_{12}^1 + \pi_0 \quad (58)$$

donde $\pi_0 := (\gamma + \beta\gamma^2)[(p_2^0 - p_1^0)q_2^0 + F^0 N] + ecf k_{12}^0$.

Para resolver este problema sustituiremos los resultados que encontramos al solucionar el problema de nivel bajo, dado que estos son diversos, se tendrán que tomar varios casos.

Caso 1. Supongamos $k_{12}^1, k_{12}^2 \leq \dfrac{a - mc_1}{b}$. Entonces

$$q_2^1 = k_{12}^1, \qquad p_2^1 = a - bk_{12}^1, \qquad p_1^1 = mc,$$

$$q_2^2 = k_{12}^2, \qquad p_2^2 = a - bk_{12}^2, \qquad p_1^2 = mc.$$

Por tanto la función objetivo toma la forma:

$$\pi_0 - b\beta k_{12}^2(k_{12}^2 - k_{12}^1) - b(1+\beta\gamma)k_{12}^1(k_{12}^1 - q_2^0) - \beta ecf\, k_{12}^2 - (1-\beta)ecf\, k_{12}^1 \quad (59)$$

sujeta a $k_{12}^2 - k_{12}^1 \geq 0$; si a esta restricción le asociamos el multiplicador λ, las condiciones de Karush Khun Tucker del problema son:

$$\begin{aligned} k_{12}^1 : \quad & -2bk_{12}^1 + a - mc_1 + bq_2^0 - ecf + \beta\Big(- \gamma b(k_{12}^1 - q_2^0) + \gamma(a - mc_1 - bk_{12}^1) - a + \\ & +mc + bk_{12}^2 + ecf\Big) - \lambda = 0 \qquad (60) \\ k_{12}^2 : \quad & \beta(-2bk_{12}^2 + a - mc_1 + bk_{12}^1 - ecf) + \lambda = 0 \qquad (61) \\ & \lambda(k_{12}^2 - k_{12}^1) = 0 \qquad (62) \end{aligned}$$

Subcaso 1.1 Sean $\lambda > 0$, $k_{12}^2 = k_{12}^1$. De estas condiciones se obtiene el sistema

$$\begin{aligned} & -2bk_{12}^1 + a - mc_1 + bq_2^0 - ecf + \beta\Big(- \gamma b(k_{12}^1 - q_2^0) + \gamma(a - mc_1 - bk_{12}^1) - a + \\ & \qquad +mc + bk_{12}^1 + ecf\Big) - \lambda = 0 \\ & \beta(-bk_{12}^1 + a - mc_1 - ecf) + \lambda = 0 \end{aligned}$$

que al ser resuelto nos da

$$k_{12}^1 = k_{12}^2 = \frac{(a - mc_1 + bq_2^0)(1 + \beta\gamma) - ecf}{2b(1 + \beta\gamma)} \qquad (63)$$

$$\lambda = -\beta\frac{(a - mc_1 - bq_2^0 - ecf)(1 + \beta\gamma) - ecf\beta\gamma}{2(1 + \beta\gamma)} \qquad (64)$$

Puede verse que $\lambda > 0$ sí y sólo si

$$q_2^0 > \frac{(a - mc_1)(1 + \beta\gamma) - ecf(1 + 2\beta\gamma)}{b(1 + \beta\gamma)}$$

Subcaso 1.2 Ahora tomemos $\lambda = 0$, $k_{12}^2 > k_{12}^1$. En este subcaso ahora se resuelven conjuntamente:

$$
\begin{aligned}
&-2bk_{12}^1 + a - mc_1 + bq_2^0 - ecf + \beta\Big(-\gamma b(k_{12}^1 - q_2^0) + \gamma(a - mc_1 - bk_{12}^1) - a + \\
&\quad + mc + bk_{12}^2 + ecf\Big) = 0 \\
&\beta(-2bk_{12}^2 + a - mc_1 + bk_{12}^1 - ecf) = 0
\end{aligned}
$$

se encuentra que

$$k_{12}^1 = \frac{2(a - mc_1 + bq_2^0)\beta\gamma - (a - mc - ecf)\beta + 2(a - mc + bq_2^0 - ecf)}{b(4 - \beta + 4\beta\gamma)} \tag{65}$$

$$k_{12}^2 = \frac{(3a - 3mc + bq_2^0 - 2ecf)\beta\gamma - (a - mc - ecf)\beta + 3a - 3mc + bq_0^2 - 3ecf}{b(4 - \beta + 4\beta\gamma)} \tag{66}$$

Se tiene

$$k_{12}^2 - k_{12}^1 = \frac{(bq_2^0 - a + mc + 2ecf)\beta\gamma + bq_2^0 - a + mc + ecf}{b(4 - \beta + 4\beta\gamma)}$$

La expresión anterior es positiva si y sólo si

$$q_2^0 < \frac{(a - mc_1)(1 + \beta\gamma) - ecf(1 + 2\beta\gamma)}{b(1 + \beta\gamma)}$$

Como consecuencia de lo hallado hasta ahora, en este primer caso, las capacidades en la línea de transmisión resultantes, así como los excedentes de los participantes y los cargos fijos, dependerán de la magnitud de q_2^0.

El beneficio para la Transco para este primer caso sería

$$\pi \;=\; \pi_0 + \frac{ecf^2}{4b(1 + \beta\gamma)} - \frac{(a - mc_1 + bq_2^0)ecf}{2b} + \frac{(a - mc_1 - bq_2^0)^2(1 + \beta\gamma)}{4b} \tag{67}$$

si $q_2^0 > \dfrac{(a-mc_1)(1+\beta\gamma)-ecf(1+2\beta\gamma)}{b(1+\beta\gamma)}$, ó

$$\begin{aligned}\pi &= \pi_0 + \frac{(1+\beta^2\gamma)ecf^2}{b(4+4\beta\gamma-\beta)} - \frac{[(a-mc)(2+2\beta\gamma+\beta^2\gamma)+b(2-\beta)(1+\beta\gamma)q_2^0]ecf}{b(4+4\beta\gamma-\beta)} \\ &\quad + \frac{(a-mc_1-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)^2}{b(4+4\beta\gamma-\beta)} \end{aligned} \tag{68}$$

si $q_2^0 < \dfrac{(a-mc_1)(1+\beta\gamma)-ecf(1+2\beta\gamma)}{b(1+\beta\gamma)}$.

Caso 2. Supongamos $k_{12}^1 \leq \dfrac{a-mc_1}{b}$, $k_{12}^2 \geq \dfrac{a-mc_1}{b}$. Entonces

$$\begin{aligned} q_2^1 &= k_{12}^1, & p_2^1 &= a-bk_{12}^1, & p_1^1 &= mc_1 \\ q_2^2 &= \frac{a-mc_1}{b}, & p_2^2 &= mc_1, & p_1^2 &= mc_1. \end{aligned}$$

La función objetivo del problema de nivel alto es

$$(a-bk_{12}^1-mc_1)k_{12}^1-(a-bk_{12}^1-mc)q_2^0-ecfk_{12}^1+\beta\Big(\gamma(a-bk_{12}^1-mc_1)(k_{12}^1-q_2^0)-ecf(k_{12}^2-k_{12}^1)\Big)+\pi_0 \tag{69}$$

Dado que esta función es lineal en k_{12}^2 con coeficiente es negativo, se elige

$$k_{12}^2 = \frac{a-mc_1}{b}. \tag{70}$$

La condición de primer orden para k_{12}^1 es:

$$k_{12}^1: \quad -2bk_{12}^1+a-mc_1+bq_2^0-ecf+\beta\Big(-\gamma b(k_{12}^1-q_2^0)+\gamma(a-bk_{12}^1-mc)+ecf\Big)=0 \tag{71}$$

Despejando se obtiene

$$k_{12}^1 = \frac{(a-mc_1+bq_2^0)(1+\beta\gamma)-ecf(1-\beta)}{2b(1+\beta\gamma)} \tag{72}$$

Sustituyendo en la función objetivo las capacidades halladas, después de algunas manipulaciones, los beneficios que obtiene la empresa dueña de la red en este caso quedan como

$$\begin{aligned} \pi &= \pi_0 + \frac{(1-\beta)^2 ecf^2}{4b(1+\beta\gamma)} - \frac{[(a-mc)(1+\beta)+b(1-\beta)q_2^0]ecf}{2b} + \\ &\quad + \frac{(a-mc-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)}{4b} \end{aligned} \tag{73}$$

Caso 3. Por último, sean $k_{12}^1, k_{12}^2 \geq \frac{a-mc_1}{b}$. Entonces

$$q_2^1 = \frac{a-mc_1}{b}, \qquad p_2^1 = mc_1, \qquad p_1^1 = a,$$
$$q_2^2 = \frac{a-mc_1}{b}, \qquad p_2^2 = mc_1, \qquad p_1^2 = a.$$

La expresión a maximizar en este caso será

$$-ecfk_{12}^1 - \beta ecf(k_{12}^2 - k_{12}^1) + \pi_0 \tag{74}$$

que puede reescribirse como $-ecf(1-\beta)k_{12}^1 - ecf\beta k_{12}^2 + \pi_0$, y cómo es lineal en k_{12}^1 y k_{12}^2, se elige

$$k_{12}^1 = k_{12}^2 = \frac{a-mc_1}{b} \tag{75}$$

Luego los benéficos que obtiene la Transco son

$$\pi = \pi_0 - \frac{ecf(a-mc_1)}{b}. \tag{76}$$

Solución definitiva

La solución definitiva al problema de nivel alto estará descrita por una de estas tres opciones analizadas, la que reporte a la Transco el mayor beneficio. A continuación, comparamos los resultados que obtuvimos, resumidos en las ecuaciones (67), (68), (73) y (76).

Primero comparemos los resultados para los casos 2 y 3:

De (73) se tiene que los beneficios para el caso 2 son:

$$\begin{aligned}
\pi &= \pi_0 + \frac{(1-\beta)^2 ecf^2}{4b(1+\beta\gamma)} - \frac{[(a-mc_1)(1+\beta)+b(1-\beta)q_2^0]ecf}{2b} + \\
&\quad + \frac{(a-mc_1-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)}{4b} \\
&= \pi_0 + \frac{(1-\beta)^2 ecf^2}{4b(1+\beta\gamma)} + \frac{(1-\beta)(a-mc_1-bq_2^0)ecf}{2b} + \\
&\quad + \frac{(a-mc_1-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)}{4b} - \frac{(a-mc_1)ecf}{b} \\
&= \pi_0 + \frac{\Big[(1-\beta)ecf + (a-mc_1-bq_2^0)(1+\beta\gamma)\Big]^2}{4b(1+\beta\gamma)} - \frac{(a-mc_1)ecf}{b} \qquad (77)
\end{aligned}$$

De (76), de elegir las capacidades acorde al caso 3 la Transco obtiene:

$$\pi = \pi_0 - \frac{(a-mc_1)ecf}{b}$$

Claramente, siempre se preferirá la alternativa 2 a la 3. Ahora comparemos las alternativas 1 y 2 para las capacidades.

Primero supongamos que $q_2^0 > \dfrac{(a-mc_1)(1+\beta\gamma)-ecf(1+2\beta\gamma)}{b(1+\beta\gamma)}$.

Ahora restemos los beneficios obtenidos en el caso 1 dados por (67) a los beneficios obtenidos en el caso 2 expresados en (73):

$$\left[\pi_0 + \frac{(1-\beta)^2 ecf^2}{4b(1+\beta\gamma)} - \frac{[(a-mc_1)(1+\beta)+b(1-\beta)q_2^0]ecf}{2b} + \frac{(a-mc_1-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)}{4b}\right] -$$
$$\left[\pi_0 + \frac{ecf^2}{4b(1+\beta\gamma)} - \frac{(a-mc_1+bq_2^0)ecf}{2b} + \frac{(a-mc_1-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)}{4b}\right] =$$
$$-\frac{\beta(2-\beta)ecf^2}{4b(1+\beta\gamma)} - \frac{(a-mc-bq_2^0)\beta ecf}{2b} < 0.$$

Luego se prefiere la opción 1 a la 2.

Ahora sea $q_2^0 < \dfrac{(a-mc_1)(1+\beta\gamma)-ecf(1+2\beta\gamma)}{b(1+\beta\gamma)}$.

Nuevamente, restemos los beneficios obtenidos en el caso 1 dados por (68) a los beneficios obtenidos en el caso 2 expresados en la ecuación (73):

$$\left[\pi_0 + \frac{(1-\beta)^2 ecf^2}{4b(1+\beta\gamma)} - \frac{[(a-mc_1)(1+\beta)+b(1-\beta)q_2^0]ecf}{2b} + \frac{(a-mc_1-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)}{4b}\right] -$$
$$\left[\pi_0 + \frac{(1+\beta^2\gamma)ecf^2}{b(4+4\beta\gamma-\beta)} - \frac{[(a-mc)(2+2\beta\gamma+\beta^2\gamma)+b(2-\beta)(1+\beta\gamma)q_2^0]ecf}{b(4+4\beta\gamma-\beta)} + \right.$$
$$\left. + \frac{(a-mc_1-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)^2}{b(4+4\beta\gamma-\beta)}\right] =$$
$$-\frac{\beta(2\beta\gamma-\beta+3)^2 ecf^2}{4b(4+4\beta\gamma-\beta)} - \frac{\beta(a-mc_1-bq_2^0)(2\beta\gamma-\beta+3)ecf}{2b(4+4\beta\gamma-\beta)} -$$
$$\frac{\beta(a-mc_1-bq_2^0)^2(1+\beta\gamma)}{4b(4+4\beta\gamma-beta)} =$$
$$-\frac{\beta\Big[(2\beta\gamma-\beta+3)ecf+(a-mc_1-bq_2^0)(1+\beta\gamma)\Big]^2}{4b(4+\beta\gamma-\beta)(1+\beta\gamma)} < 0.$$

Luego siempre se elige la opción 1 sobre la 2. En conclusión, las capacidades elegidas óptimamente en el problema de nivel alto serán:

$$k_{12}^1 = \begin{cases} \dfrac{(a - mc_1 + bq_2^0)(1+\beta\gamma) - ecf}{2b(1+\beta\gamma)} & \text{si } q_2^0 > \hat{q} \\ \dfrac{2(a - mc_1 + bq_2^0)\beta\gamma - (a - mc - ecf)\beta + 2(a - mc + bq_2^0 - ecf)}{b(4 - \beta + 4\beta\gamma)} & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{78}$$

$$k_{12}^2 = \begin{cases} \dfrac{(a - mc_1 + bq_2^0)(1+\beta\gamma) - ecf}{2b(1+\beta\gamma)} & \text{si } q_2^0 > \hat{q} \\ \dfrac{(3a - 3mc + bq_2^0 - 2ecf)\beta\gamma - (a - mc - ecf)\beta + 3a - 3mc + bq_0^2 - 3ecf}{b(4 - \beta + 4\beta\gamma)} & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{79}$$

donde $\hat{q} = \dfrac{(a - mc_1)(1+\beta\gamma) - ecf(1 + 2\beta\gamma)}{b(1+\beta\gamma)}$.

Con los cargos fijos definidos acordemente como:

$$F^1N = \gamma[(p_2^0 - p_1^0)q_2^0 + F^0N] - (a - bk_{12}^1 - mc_1)q_2^0 \tag{80}$$

$$F^2N = (\gamma)^2\Big[(p_2^0 - p_1^0)q_1^0 + F^0N\Big] + \gamma(a - bk_{12}^1 - mc_1)(k_{12}^1 - q_2^0) - (a - bk_{12}^2 - mc)k_{12}^1 \tag{81}$$

B. Encontrando el Ponderador Ideal

Para hallar el ponderador ideal en el caso de nuestra red radial en dos periodos, debemos resolver el problema

$$\max_{q_2^t, k_{12}^t} \sum_{t=1}^{2} \int_0^{q_2^t} (a - b\tilde{q}_2^t)\, \mathrm{d}\tilde{q}_2^t - \sum_{t=1}^{2} mc_1 q_2^t - \sum_{t=1}^{2} ecf(k_{12}^t - k_{12}^{t-1}) \tag{82}$$

sujeto a

$$q_2^t \leq g_1^{t,max} \quad t = 1,2 \tag{83}$$

$$q_2^t \leq k_{12}^t \quad t = 1,2 \tag{84}$$

$$k_{12}^1 \leq k_{12}^2. \tag{85}$$

Para que no haya desperdicio de recursos, en el óptimo debe tenerse $q_2^t = k_{12}^t$, luego, suponiendo suficiente capacidad de generación en el nodo 1, el problema se reescribe como

$$\max_{q_2^t, k_{12}^t} \sum_{t=1}^{2} \int_0^{q_2^t} (a - b\tilde{q}_2^t)\, \mathrm{d}\tilde{q}_2^t - \sum_{t=1}^{2} (mc_1 + ecf) q_2^t + \sum_{t=1}^{2} ecf q_2^{t-1} \tag{86}$$

sujeto a

$$q_2^1 \leq q_2^2. \tag{87}$$

Si a esta última restricción le asociamos el multiplicador μ, las condiciones de KKT del problema son:

$$q_2^1: \quad a - bq_2^1 - (mc_1 + ecf) + ecf - \mu = 0 \tag{88}$$

$$q_2^2: \quad a - bq_2^2 - (mc_1 + ecf) + \mu = 0 \tag{89}$$

$$\mu(q_2^2 - q_2^1) = 0. \tag{90}$$

Primero, supongamos que $\mu > 0$; $q_2^1 = q_2^2$.

Obtenemos el sistema:

$$a - bq_2^1 - mc_1 - \mu = 0$$

$$a - bq_2^1 - mc_1 - ecf + \mu = 0$$

luego

$$q_2^1 = q_2^1 \quad = \quad \frac{2(a - mc_1) - ecf}{2b} \tag{91}$$

$$\mu \quad = \quad \frac{ecf}{2} > 0. \tag{92}$$

Ahora veamos el caso $\mu = 0$; $q_2^1 < q_2^2$.

Esta vez el sistema a tratar es

$$a - bq_2^1 - mc_1 = 0$$

$$a - bq_2^2 - mc_1 - ecf = 0$$

resolviendo se obtiene

$$q_2^1 = \frac{a - mc_1}{b} \tag{93}$$

$$q_2^2 = \frac{a - mc_1 - ecf}{b} \tag{94}$$

pero

$$q_2^2 - q_1^1 = -\frac{ecf}{b} < 0$$

entonces este caso no puede darse.

En conclusión, el ponderador ideal está dado por

$$q^* = \frac{2(a - mc_1) - ecf}{2b}. \tag{95}$$

C. Solución al Problema de Nivel Alto. Ponderadores Ideales

El segundo tipo de ponderador que fue tratado es el ponderador ideal. El ponderador ideal q^* es el nivel de q que prevalece en el estado estacionario. Para nuestra red de interés, éste fue hallado en el apéndice anterior y es $q^* = \frac{2(a-mc_1)-ecf}{2b}$. Para continuar con la resolución del problema de nivel alto para este tipo de ponderador nuevamente nos veremos obligados a tomar casos debido a la variedad de elecciones que se pueden tomar en el nivel bajo. Esta vez, el problema a resolver será:

$$\max_{k_{12}^t} \ (p_2^1 - p_1^1)q_2^1 - \frac{(p_2^1)(2a - 2mc_1 - ecf)}{2b} - ecfk_{12}^1 + \beta\Bigg((p_2^2 - p_1^2)q_2^2 - \\ - \frac{(p_2^2)(2a - 2mc_1 - ecf)}{2b} - ecf(k_{12}^2 - k_{12}^1)\Bigg) + \pi_0^* \qquad (96)$$

donde $\pi_0^* := (\gamma + \beta\gamma^2)\Big[(p_2^0 - p_1^0)q^* + F^0 N\Big] + ecfk_{12}^0$.

Caso 1. Supongamos que la Transco elige $k_{12}^1, k_{12}^2 \leq \dfrac{a - mc_1}{b}$. Igual que antes se tiene

$$q_2^1 = k_{12}^1, \qquad p_2^1 = a - bk_{12}^1, \qquad p_1^1 = mc,$$

$$q_2^2 = k_{12}^2, \qquad p_2^2 = a - bk_{12}^2, \qquad p_1^2 = mc.$$

Esta ocasión, la función objetivo toma la forma:

$$(a - bk_{12}^1)k_{12}^1 - \frac{(a - bk_{12}^1 - mc_1)(2a - 2m - ecf)}{2b} - ecfk_{12}^1 + \beta\Bigg((a - bk_{12}^2 - mc_1)k_{12}^2 - \\ \frac{(a - bk_{12}^2 - mc_1)(2a - 2m - ecf)}{2b} - ecf(k_{12}^2 - k_{12}^1)\Bigg) + \pi_0^* \qquad (97)$$

Las condiciones de Karush Khun Tucker de este problema son:

$$k_{12}^1: \qquad -2bk_{12}^1 + 2a - 2mc_1 - \frac{3ecf}{2} + \beta ecf - \lambda = 0 \tag{98}$$

$$k_{12}^2: \qquad \beta\left(-2bk_{12}^2 + 2a - 2mc - \frac{3ecf}{2}\right) + \lambda = 0 \tag{99}$$

$$\lambda(k_{12}^2 - k_{12}^1) = 0 \tag{100}$$

Subcaso 1.1. Sean $\lambda > 0$; $k_{12}^1 = k_{12}^2$, las condiciones de primer orden producen el sistema:

$$-2bk_{12}^1 + 2a - 2mc_1 - \frac{3ecf}{2} + \beta ecf - \lambda = 0 \tag{101}$$

$$\beta\left(-2bk_{12}^1 + 2a - 2mc - \frac{3ecf}{2}\right) + \lambda = 0 \tag{102}$$

que tiene como solución

$$k_{12}^1 = k_{12}^2 = \frac{a - mc_1}{b} - \frac{(3+\beta)ecf}{4b(1+\beta)} \tag{103}$$

$$\lambda = \frac{ecf\beta^2}{1+\beta} \tag{104}$$

Subcaso 1.2 Tomemos $\lambda = 0$; $k_{12}^2 > k_{12}^1$. Tenemos las ecuaciones

$$k_{12}^1: \qquad -2bk_{12}^1 + 2a - 2mc_1 - \frac{3ecf}{2} + \beta ecf = 0 \tag{105}$$

$$k_{12}^2: \qquad \beta\left(-2bk_{12}^2 + 2a - 2mc - \frac{3ecf}{2}\right) = 0 \tag{106}$$

y por tanto

$$k_{12}^1 = \frac{a - mc_1}{b} - \frac{(3-2\beta)ecf}{4b} \tag{107}$$

$$k_{12}^2 = \frac{a - mc_1}{b} - \frac{3ecf}{4b}, \tag{108}$$

después, puede verse que

$$k_{12}^2 - k_{12}^1 = -\frac{\beta ecf}{2b} < 0$$

y entonces este caso no puede darse.

Los beneficios para la Transco en este caso son:

$$\pi = \pi_0^* + \frac{(3+\beta)^2 ecf^2}{16b(1+\beta)} - \frac{ecf(a-mc)}{b} \tag{109}$$

Caso 2. Ahora veamos que pasa cuando la Transco escoge $k_{12}^1 \leq \dfrac{a-mc}{b}$ y $k_{12}^1 \geq \dfrac{a-mc}{b}$. Se tiene

$$q_2^1 = k_{12}^1, \qquad p_2^1 = a - bk_{12}^1, \qquad p_1^1 = mc_1$$

$$q_2^2 = \frac{a-mc_1}{b}, \qquad p_2^2 = mc_1, \qquad p_1^2 = mc_1.$$

La función objetivo del problema de nivel alto es

$$(a - bk_{12}^1 - mc_1)k_{12}^1 - \frac{(a - bk_{12}^1 - mc_1)(2a - 2mc_1 - ecf)}{2b} - ecfk_{12}^1 - \beta ecf(k_{12}^2 - k_{12}^1) + \pi_0^* \tag{110}$$

Como esta función es lineal en k_{12}^2, elegimos

$$k_{12}^2 = \frac{a-mc_1}{b} \tag{111}$$

Para k_{12}^1 se tiene la condición de primer orden:

$$k_{12}^1 : \qquad -2bk_{12}^1 + 2a - 2mc_1 - \frac{3ecf}{2} + \beta ecf = 0 \tag{112}$$

Luego

$$k_{12}^1 = \frac{a-mc_1}{b} - \frac{(3-2\beta)ecf}{4b} \tag{113}$$

sustituyendo estos valores para k_{12}^1 y k_{12}^2 en la función objetivo, encontramos que los beneficios obtenidos por la Transco son:

$$\pi = \pi_0^* + \frac{(3-2\beta)^2 ecf^2}{16b} - \frac{ecf(a-mc_1)}{b}. \tag{114}$$

Caso 3. Consideremos la última opción $k_{12}^1, k_{12}^2 \geq \dfrac{a-mc_1}{b}$. Del problema de nivel bajo:

$$\begin{aligned} q_2^1 &= \frac{a-mc_1}{b}, \qquad & p_2^1 &= mc_1, \qquad & p_1^1 &= a, \\ q_2^2 &= \frac{a-mc_1}{b}, \qquad & p_2^2 &= mc_1, \qquad & p_1^2 &= a. \end{aligned}$$

entonces, se debe maximizar:

$$-ecfk_{12}^1 - \beta ecf(k_{12}^2 - k_{12}^1) + \pi_0^* \tag{115}$$

Por tanto la mejor elección es tomar

$$k_{12}^2 = k_{12}^2 = (a-mc_1)/b \tag{116}$$

obteniendo los beneficios

$$\pi = \pi_0^* - \frac{ecf(a-mc_1)}{b} \tag{117}$$

Solución definitiva. A continuación, y como antes, compararemos los beneficios que se obtienen cuando se elige alguna de las tres posibles opciones sobre la magnitud de las capacidades. Es inmediato ver, que la opción 3 nunca se tomará, sólo resta comparar las opciones 1 y 2. Restemos los beneficios obtenidos en el caso 1 a los obtenidos en el caso 2:

$$\left[\pi_0^* + \frac{(3-2\beta)^2 ecf^2}{16b} - \frac{ecf(a-mc_1)}{b}\right] - \left[\pi_0^* + \frac{(3+\beta)^2 ecf^2}{16b(1+\beta)} - \frac{ecf(a-mc)}{b}\right] =$$
$$\frac{(3-2\beta)^2 ecf^2}{16b} - \frac{(3+\beta)^2 ecf^2}{16b(1+\beta)} =$$
$$-\frac{\beta(4\beta+3)(3-\beta)ecf^2}{16b(1+\beta)} < 0.$$

Por tanto, la Transco toma la opción 1 y sus decisiones óptimas son dadas por:

$$k_{12}^1 = k_{12}^2 = \frac{a-mc_1}{b} - \frac{(3+\beta)ecf}{4b(1+\beta)} \tag{118}$$

$$F^1 N = \gamma\Big[(p_2^0 - p_1^0)q^* + F^0 N\Big] - (a - bk_{12}^1 - mc_1)q^* \tag{119}$$

$$F^2 N = (\gamma)^2\Big[(p_2^0 - p_1^0)q^* + F^0 N\Big] - (a - bk_{12}^2 - mc_1)q^* \tag{120}$$

Referencias

[1] Hogan W., J. Rosellón e I. Vogelsang (2010) *Toward a Combined Merchant-Regulatory Mechanism for Electricity Transmission Expansion.* Journal of Regulatory Economics, Springer, 38(2): 113-143.

[2] Laffont, J. y Tirole J.(1996) *Creating Competition Through Interconection: Theory and Practice.* Journal of Regulatory Economics, Springer, 10: 227-256

[3] Laguna, E. (2012) *Regulación del Mercado de Transmisión Eléctrica, Efectos Distributivos*, Tesina de Maestría, Centro de Investigación y Docencia Económicas, México, Mayo.

[4] Rosellón J., Myslíková Z. y Zenón E.(2011) *Incentives for Transmission Investment in the PJM Electricity Market: FTRs or Regulation (or both?)* Utilities Policy, Elsevier, Volume 19, Issue 1: 3-13

[5] Rosellón J., Vogelsang I. y Weigt H.(2012)*Long-run Cost Functions for Electricity Transmission*The Energy Journal, Vol. 33, No. 1.: 131-160

[6] Rosellón J. y Weigt H.(2011) *A Dynamic Incentive Mechanism for Transmission Expansion in Electricity Networks: Theory, Modeling, and Application* The Energy Journal, Vol. 32, No. 1: 119-148

[7] Schill, W., Rosellón J. y Egerer J. (2011) *Regulated Expansion of Electricity Transmission Networks: the Effects of Fluctuating Demand and Wind Generation.* DIW Berlin Discussion Papers No. 1109, Germany.

[8] VOGELSANG, I. (2001) *Price Regulation for Independent Transmission Companies.* Journal of Regulatory Economics, 20(2): 141-165.

[9] ZENÓN E. Y ROSELLÓN J. (2012) *Optimación de las Redes de Transmisión Eléctrica en Norteamérica, Teoría y aplicaciones* El Trimestre Económico, vol. LXXIX (3), núm. 315 575-600